



Universidad Carlos III de Madrid
Escuela Politécnica Superior
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

**Cálculo de campos eléctricos entre electrodos punta
esfera mediante elementos finitos**

Autor: Cristian Sanz Fayos

Tutor: Juan Carlos Burgos Díaz

Contenido

1. Introducción	1
1.1 Impacto socio-económico	2
1.2 Características de líquidos dieléctricos	3
1.3 Marco regulador	5
1.4 Presentación del problema	6
1.5 Objetivos	7
2. Nano-fluidos	8
2.1 Ventajas e inconvenientes de adicionar nano-compuestos a los aceites	9
2.2 Tipos de nano-compuestos utilizados	11
2.3 Mecanismos de ruptura	14
3. Cálculo de campos eléctricos en un sistema punta-esfera	18
3.1 Ecuaciones para la determinación de campos eléctricos	18
3.2 Métodos numéricos para el cálculo de campos eléctricos	19
3.3 Generación y recombinación de portadores de carga	21
4. Comsol Multiphysics	27
4.1 Descripción de la herramienta	27
4.2 Pasos para la resolución de un problema	29
5. Estudios preliminares	33
5.1 Cálculo del campo eléctrico entre electrodos plano-plano	33
5.2 Cálculo de las curvas equipotenciales en un sistema punta-plano	40
5.3 Cálculo del campo y del potencial eléctrico entre electrodos punta-plano	43
6. Modelado del problema a estudiar	47
6.1 Geometría a analizar	47
6.2 Mallado	55
6.3 Ecuaciones	65
7. Resultados	69
7.1 Estudio estacionario	69
7.2 Estudio temporal	76
7.3 Resultados obtenidos en 3D	84
8. Resumen, conclusiones y trabajos futuros	87
8.1 Resumen	87

8.2	Conclusiones.....	89
8.3	Sugerencias para trabajos futuros.....	93
9.	Presupuesto	94
10.	Fuentes bibliográficas	97

1. Introducción

Actualmente la sociedad tiene una elevada dependencia de la energía eléctrica, por lo que la fiabilidad del suministro eléctrico ha adquirido una gran importancia. También cabe destacar la importancia de la continuidad del servicio, evitando así la interrupción del suministro eléctrico. Como consecuencia de ello, se han construido muchas instalaciones eléctricas en todo el mundo, capaces de transportar la energía eléctrica desde las zonas generadoras hasta las zonas de consumo.

Hoy en día el sistema eléctrico está formado por redes eléctricas muy malladas, con el fin de garantizar el suministro de energía eléctrica a los consumidores ante cualquier fallo que se pueda producir en alguna línea, equipo o subestación eléctrica. Una red mallada está compuesta por diferentes conexiones entre las subestaciones, aportando así diferentes caminos para la circulación de la energía eléctrica. La inclusión de redes malladas permite que el sistema eléctrico sea más robusto ante perturbaciones y que se puedan realizar operaciones de mantenimiento en equipos eléctricos e instalaciones eléctricas sin tener que interrumpir el suministro de energía eléctrica [1].

Como la garantía de un suministro eléctrico continuo, seguro y estable es un factor importante a tener en cuenta, el aislamiento de las instalaciones eléctricas es fundamental, así como de los equipos eléctricos que componen el sistema eléctrico, con objeto de evitar que se produzcan faltas que puedan provocar disparos de las protecciones eléctricas. El aislamiento de las instalaciones y equipos que conforman el sistema eléctrico, deberá ser tal que garantice una correcta operación y seguridad, con el fin de evitar poner en peligro la integridad de la instalación eléctrica, de los equipos y la vida de las personas.

Este aislamiento se puede dividir en tres tipos dependiendo de su estado: sólido, líquido y gaseoso. En cuanto al aislamiento sólido cabe destacar los aislantes encargados de la sujeción de los conductores a las líneas aéreas. El aislante gaseoso, por ejemplo, el aire, aísla los conductores de tierra. El aislante líquido es utilizado en una gran variedad de sistemas eléctricos, entre los que cabe destacar los transformadores de potencia, ya que a su capacidad aislante unen el hecho de una mayor capacidad para evacuar el calor generado en los equipos eléctricos al exterior. Dada la mayor capacidad dieléctrica de los aislamientos líquidos sobre los aislamientos gaseosos, en algunos casos los aislamientos sólidos se impregnan con aislantes líquidos para que ocupen los

poros del aislante sólido confiriéndole unas mejores propiedades dieléctricas [1].

1.1 Impacto socio-económico

Una de las exigencias más importantes del consumidor es tener acceso a la energía eléctrica lo más asequible posible, por lo que la eficiencia de la red eléctrica es un factor a considerar, con el objetivo de que la energía eléctrica sea lo más económica posible para el consumidor.

Para maximizar la eficiencia de las redes eléctricas, se busca la minimización de las pérdidas al transportar la energía eléctrica. Esto se consigue mediante el aumento del nivel de tensión, ya que, al aumentar el nivel de tensión, para una misma potencia a transmitir, la corriente será menor y las pérdidas por calentamiento de los conductores (efecto Joule) se reducen. Este aumento del nivel de la tensión se realiza mediante unos dispositivos denominados transformadores de potencia. Los transformadores de potencia son dispositivos encargados de transvasar energía eléctrica entre dos sistemas eléctricos con distinto nivel de tensión. Se trata de los dispositivos más importantes de cualquier red de transmisión de energía eléctrica, porque como hemos visto anteriormente, para aumentar la eficiencia del sistema eléctrico, se eleva el nivel de tensión, y para ello se utilizan dichos dispositivos. Típicamente, hay transformadores elevadores justamente después de las instalaciones generadoras de energía eléctrica, para elevar el nivel de tensión al de la red de transporte. Posteriormente, hay transformadores encargados de reducir ese nivel de tensión al de las redes de distribución.

Además, como la corriente a circular es menor, la sección de los conductores podrá ser inferior, lo cual implica un abaratamiento de los costes de los conductores y al ser de menor sección, el peso a soportar por las infraestructuras se reduce, por lo que se traduce en el desarrollo de infraestructuras más sencillas y baratas.

La utilización de equipos de altas tensiones requiere de un mejor aislamiento para evitar descargas eléctricas entre las diferentes partes del equipo que se encuentran a diferente tensión, lo cual se traduce en un aumento de la vida útil de los equipos.

Según varios autores, con el desarrollo de líquidos dieléctricos basados en la mezcla de aceite mineral y nano-partículas, se puede reducir el tamaño

de los transformadores. Por lo tanto, los transformadores serán más compactos y económicos.

1.2 Características de líquidos dieléctricos

Los líquidos dieléctricos empleados para aplicaciones electrotécnicas, por excelencia, son los aceites minerales. Dichos aceites se obtienen de la destilación fraccionada del petróleo y son convenientemente refinados.

La composición del aceite es bastante compleja, e incluso puede depender del lugar geográfico de dónde se haya extraído el petróleo. Normalmente, están constituidos por una mezcla de hidrocarburos parafínicos, nafténicos y aromáticos. Los aceites minerales son denominados parafínicos o nafténicos, si la cantidad de cualquiera de los dos se excede y son denominados débil o altamente aromáticos, si la cantidad de hidrocarburo aromático es inferior al 5% o superior al 10% respectivamente. Los aceites nafténicos presentan una menor viscosidad que los aceites parafínicos, por lo que son más adecuados para su uso en transformadores. Además, los aceites nafténicos permiten una mayor impregnación del aislamiento celulósico de los transformadores, y como la impregnación completa del aislamiento celulósico de los transformadores es importante para evitar la existencia de las bolsas de aire, los aceites empleados en los transformadores suelen ser de tipo nafténico [2].

Además de aceites minerales, existe otro tipo de aceite como son los aceites vegetales, los cuáles se obtienen a través del refinado de aceites de girasol, colza u otras semillas.

En estado de pureza, el aceite posee una elevada rigidez dieléctrica, lo cual lo hace un buen aislante eléctrico. Además, presentan una elevada resistencia a alterarse durante el servicio y no modifican la calidad del material aislante que esté en contacto con él. Normalmente se utilizan como material aislante, aunque en ciertas aplicaciones como, por ejemplo, en los transformadores, también son empleados como medio de refrigeración.

La rigidez dieléctrica es la capacidad de oponerse a una descarga disruptiva. Dicha rigidez dieléctrica se calcula mediante la determinación de la tensión necesaria a aplicar a un aceite para que se produzca la descarga eléctrica. La tensión a la cual se produce dicha descarga, varía en función de distintos factores como, por ejemplo: el volumen de aceite

sometido a sollicitación, el tipo de electrodos, etc. La existencia de impurezas, es decir, la presencia de materias en suspensión, provoca que la aparición de la descarga eléctrica sea más probable. Además, la humedad también facilita la producción de la descarga eléctrica. Las fibras y algunas materias en suspensión que el aceite contiene, absorben la humedad y mediante la acción del campo eléctrico, se genera un puente entre los electrodos que puede provocar una descarga eléctrica a una tensión inferior a la que le corresponde al aceite, definida mediante su rigidez dieléctrica. En la figura 1.1 se puede observar la influencia de la humedad sobre la rigidez dieléctrica.

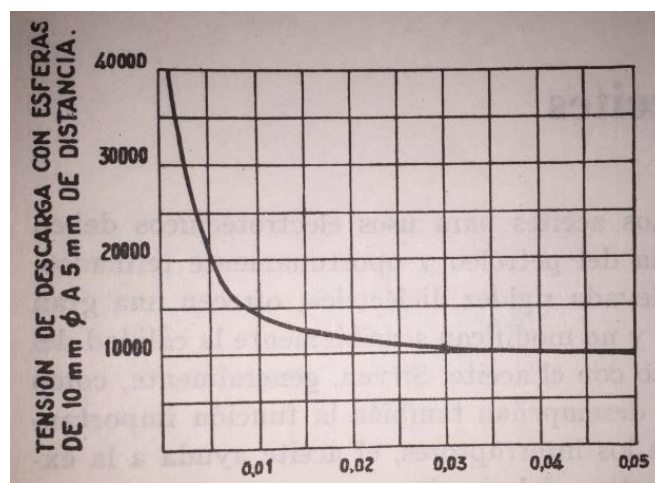


Figura 1.1: Tensión de descarga en el aceite, en función del contenido en tanto por ciento de agua [2].

Por lo tanto, el estudio de la rigidez dieléctrica de un aceite permite conocer el estado de pureza del aceite.

Cuando en un equipo eléctrico se tienen diferentes aislantes, el campo eléctrico entre partes en tensión depende de su permitividad eléctrica (ecuación (1.1)). Los aceites también presentan una reducida permitividad, y dado que la permitividad del aislamiento celulósico de los transformadores es mayor que la del aceite, éste estará sometido a un campo eléctrico mayor [1].

$$E_x = \frac{U}{\epsilon_x \cdot \left(\frac{d_{aceite}}{\epsilon_{aceite}} + \frac{d_{papel}}{\epsilon_{papel}} \right)} \quad (1.1)$$

Al ser el campo eléctrico aplicado al aislamiento sólido menor, se reduce la posibilidad de ruptura dieléctrica de dicho aislamiento.

Otra característica importante de los aceites para aplicaciones en los transformadores, es la viscosidad necesaria para que permita el flujo convectivo, facilitando así el enfriamiento del transformador.

También es de gran importancia la temperatura de congelamiento del transformador, que tiene que ser la más baja posible. Los aceites minerales, al tratarse de una mezcla de hidrocarburos, no tienen un punto de congelación bien definido, por lo que en este caso se realiza un estudio de la fluidez a bajas temperaturas.

La temperatura de inflamabilidad es la temperatura a la cual el aceite emite vapores, los cuáles mezclados con aire arden en presencia de llama. No se trata de una característica muy relevante para los aceites, debido a que la temperatura de servicio de los equipos eléctricos es baja y además en circunstancias de presencia de arco eléctrico, el aceite podría descomponerse e incendiarse independientemente de su temperatura de inflamabilidad [2].

Otra propiedad bastante importante para los aceites y fundamental para su conservación, es la resistencia que opone a los fenómenos de oxidación y alteración.

Además, el aceite se caracteriza por tener un color característico. El color que adquiere el aceite depende de los tipos de hidrocarburos que predominen en él. Los hidrocarburos nafténicos presentan un color que varía de amarillo claro a amarillo verdoso, y como se ha comentado anteriormente, los aceites nafténicos permiten una mejor impregnación del aislamiento celulósico. Por este motivo, los aceites utilizados en transformadores son transparentes con algún tono amarillento.

1.3 Marco regulador

Con objeto de garantizar unos correctos métodos de ensayo de los aceites minerales para obtener unos resultados precisos, existe una serie de normas e informes creados por la Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR). Las normas más importantes relacionadas con los aceites minerales son las siguientes:

UNE-EN 61125 de 1996: especifica tres tipos de métodos para determinar la estabilidad de oxidación de los aceites minerales aislantes, para un mismo equipo. El método A determina la estabilidad de oxidación mediante el estudio de la cantidad de lodo y de la acidez soluble. En cambio, el método B lo evalúa mediante la medida del período de inducción, es decir, mide el tiempo necesario para que aparezca una acidez volátil determinada. Por último, el método C calcula la estabilidad

de oxidación mediante la medición de la acidez volátil, la acidez soluble y la formación de lodos [3].

UNE-EN 61125/A1 de 2004: la cual modifica el apartado 1.9.6 de la norma relativo al factor de disipación dieléctrica. Es decir, se modifica una pauta para el desarrollo del método A [4].

UNE-EN 60156 de 1997: describe el método a utilizar para la determinación de la rigidez dieléctrica de líquidos aislantes a frecuencia industrial. Se somete al líquido aislante, el cual está recogido en un recipiente determinado, a un campo eléctrico incrementando la tensión a una velocidad constante hasta que se produce la ruptura dieléctrica. Este método se aplica a todos los líquidos aislantes con viscosidad nominal de hasta 350 mm²/s a 40 °C. También es adecuado para determinar el estado de las pruebas tomadas durante las labores de supervisión y mantenimiento [5].

UNE-EN 60422 de 2007: proporciona las líneas directrices para la supervisión y el mantenimiento de la calidad del aceite mineral aislante en equipos eléctricos. Ayuda al operario a evaluar el estado del aceite aislante y mantenerlo en buenas condiciones de servicio. Además, incluye recomendaciones sobre los métodos a utilizar para llevar a cabo el análisis y la evaluación de dicho estado, así como métodos para reacondicionamiento y regeneración del aceite [6].

UNE-EN 60296 de 2012: esta norma solo es aplicable para aceites minerales nuevos, quedándose fuera de esta norma los aceites reciclados. Aporta las propiedades necesarias para que un aceite mineral sea adecuado [7].

1.4 Presentación del problema

Como consecuencia de la importancia que tiene el aislamiento eléctrico en equipos de altas tensiones, se está estudiando el uso de nuevos materiales aislantes, los cuáles ofrezcan mejores propiedades eléctricas con respecto a los ya empleados.

Uno de estos materiales que están siendo estudiados, se trata de los nanofluidos. Hoy en día, este tipo de material aislante no se ha empleado en ningún tipo de aplicación comercial, puesto a que aún están en fase de investigación, estudiando tanto sus características como su comportamiento con el aceite.

Para comprender la razón de las mejores propiedades de los fluidos aislantes con nano-partículas frente a las de los fluidos sin ellas se recurre al uso de modelos matemáticos cuya finalidad es conocer qué fenómenos son más relevantes a la hora de desencadenar la ruptura dieléctrica.

Uno de los primeros modelos desarrollados es el de la tesis doctoral del investigador del MIT O'Sullivan [8].

En el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Carlos III de Madrid se está trabajando en el estudio de las propiedades de aceites vegetales y minerales con nano-partículas, y en ese contexto se ha considerado de interés implementar el modelo matemático de O'Sullivan. Este Trabajo Fin de Grado se enmarca en dicho estudio.

1.5 Objetivos

El objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es estudiar el campo eléctrico en un sistema punta-esfera mediante el uso de una herramienta informática denominada Comsol Multiphysics. Una vez estudiado el campo eléctrico del modelo a analizar, se estudiará la formación del streamer. El streamer es una estructura conductora formada mediante la ionización de las cargas al estar sometido a altas intensidades de campo eléctrico. El streamer tiende a extenderse desde el punto dónde se ha iniciado hacia puntos de diferente polaridad. En caso de que alcanzase un punto de diferente polaridad, se formaría un puente ionizado, lo que daría como resultado un arco eléctrico. Por lo tanto, para modelar la formación del streamer se deben implementar las ecuaciones diferenciales correspondientes a la formación y crecimiento del streamer. Estas ecuaciones modelan el comportamiento de los portadores de carga existentes en el aceite.

2. Nano-fluidos

Los transformadores de potencia son uno de los equipos eléctricos más importantes en un sistema eléctrico, por lo que las propiedades de sus aislantes eléctricos tienen una gran importancia. Generalmente, hay dos grandes aislantes en dichos equipos, el papel y el aceite mineral. Ambos son utilizados como aislantes eléctricos, pero el aceite mineral también es usado como medio refrigerante.

Con objeto de mejorar estas propiedades y así conseguir líquidos aislantes que permitan reducir el tamaño de los equipos, se han empleado diferentes tipos de fluidos dieléctricos. A pesar de ello el aceite mineral sigue teniendo un papel fundamental en el aislamiento de equipos de alta tensión por sus buenas características dieléctricas, térmicas y de estabilidad a la oxidación. Con el desarrollo de las nano-tecnologías, ha surgido una línea de investigación centrada en el uso de nano-partículas en los fluidos dieléctricos para mejorar sus propiedades.

Los nano-fluidos son materiales compuestos por un fluido dieléctrico con nano-partículas dispersas en el mismo. La adición de estas partículas ofrece una mejora de las propiedades térmicas, mecánicas y eléctricas. Estos nuevos fluidos pueden tener una multitud de usos en el campo de la ingeniería.

Desde el año 2010, el interés acerca de los fluidos nano-dieléctricos se ha visto incrementado. Muchos investigadores están trabajando con diferentes materiales, centrando su estudio en las propiedades térmicas y dieléctricas [9].

Sin embargo, hoy en día los nano-fluidos no son una solución factible económica y técnicamente. Es necesario realizar un estudio acerca de la estabilidad del nano-fluido (algunos de los nano-fluidos que se reportan en la bibliografía duran apenas unos meses antes de que las partículas del nano-fluido se aglomeren), la interacción con el campo magnético presente en el transformador (en las nano-partículas magnéticas, los campos magnéticos externos pueden provocar una aglomeración de las nano-partículas), el efecto de los nano-fluidos en el aislamiento sólido del transformador (papel) y el coste de producción de dichos fluidos. En cambio, algunos autores los han señalado como el aislante del futuro, alegando que su aplicación podría dar lugar a diseños de transformadores más compactos y una mayor fiabilidad [9].

2.1 Ventajas e inconvenientes de adicionar nano-compuestos a los aceites

Mediante la agregación de nano-partículas a los aceites aislantes, se mejoran sus propiedades eléctricas y térmicas. Dependiendo de las nano-partículas añadidas, la trascendencia de esta mejoría será diferente.

Una de las propiedades más importantes de los fluidos aislantes, la rigidez dieléctrica, se ve incrementada. Esta mejora es considerable cuando la humedad contenida en el fluido es alta, debido a que algunas moléculas complejas de agua se rompen dando lugar a moléculas simples y ocurre que las moléculas complejas de agua reducen más la rigidez dieléctrica del aceite mineral que las moléculas simples [10].

Cabe destacar que la solubilidad del agua en los aceites vegetales es mayor que en los aceites minerales. Eso significa que un aceite vegetal y un aceite mineral con el mismo contenido en agua en ppm tiene menor contenido en agua expresado en saturación relativa (se denomina saturación relativa al cociente entre las ppm de agua en el aceite y las ppm de saturación) , y como la rigidez dieléctrica disminuye al aumentar la saturación relativa de agua, el efecto de la adición de nano-partículas desde el punto de vista de la rigidez dieléctrica del fluido, es más significativo en los aceites minerales.

En la tabla 2.1 se observa la variación de la rigidez dieléctrica, dependiendo del tipo de nano-partícula y del aceite empleado. Como se observa, la rigidez dieléctrica puede verse aumentada en torno a un 40% en algunos casos. Como se ha explicado, en la tabla se aprecia como el incremento de la rigidez dieléctrica es mayor cuando se emplean aceites minerales.

Nano-partícula	Aceite empleado	Tamaño de la nano-partícula	Carga de nano-partículas	Incremento de la rigidez dieléctrica AC (%)
Fe_3O_4	Aceite mineral	10	-	42,8 %
Fe_3O_4	Aceite vegetal	30	-	19,8 %
ZnO	Aceite mineral	34	0,0005 % vol	8,3 %
TiO_2	Aceite vegetal	20	0,00625 % vol	31 %
SiO_2	Aceite mineral	15	0,0074 % vol	17 %
TiO_2	Aceite mineral	<20	0,006 g/l	15 %
SiO_2	Aceite mineral	15	0,01 % vol	19%
			0,02 % vol	26 %

Tabla 2.1: Incremento de la rigidez dieléctrica en función del tipo de nano-partícula [10].

En cuanto a sus propiedades térmicas, las cuales son muy importantes en los transformadores, también se ven modificadas. La conductividad térmica depende de una serie de factores como puede ser la fracción de volumen, la conducción térmica de las nano-partículas, su morfología y su movimiento browniano (movimiento aleatorio que se produce en algunas partículas en un medio fluido). Otra propiedad térmica que se ve afectada es la viscosidad, la cual según algunos investigadores se ve incrementada cuando aumenta la concentración de nano-partículas [9].

Sin embargo, como se ha comentado, la adición de nano-partículas en los aceites puede presentar un grave problema, debido a que las nano-partículas precipitan a altas temperaturas y también cuando se aplica vacío. Estos aspectos han sido comprobados experimentalmente en estudios realizados en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Carlos III de Madrid.

En la figura 2.1, se observa una muestra de nano-fluido compuesta de aceite Nynas Nitro con nano-partículas de Fe_3O_4 , conocidas comercialmente como Magnacol. Como se ha comentado anteriormente, el aceite mineral es transparente con pequeños tonos amarillentos. Como se muestra en la figura 2.1, el color resultante de la disolución de las nano-partículas en el aceite mineral es mucho más oscuro. El ensayo consiste en la determinación de la estabilidad del nano-fluido a la temperatura de 80 °C, y como resultado se ha obtenido la precipitación de las nano-partículas a las 96 horas. Es importante destacar que la cantidad de nano-partículas disueltas en el aceite era bastante inferior a la cantidad de precipitado obtenido en el ensayo.

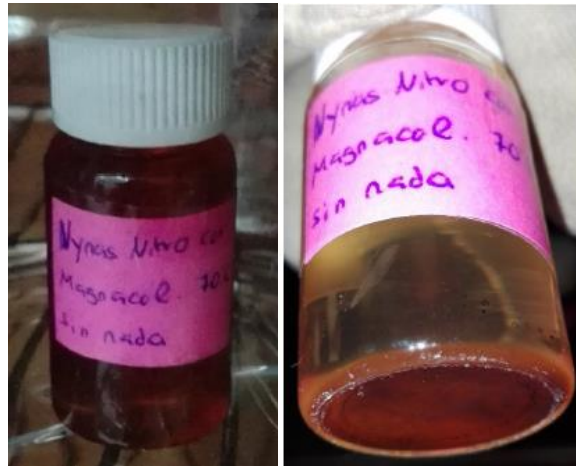


Figura 2.1: Ensayo de la estabilidad del nano-fluido compuesto por aceite Nynas Nitro y nano-partículas comercialmente conocidas como Magnacol. Izq.: Muestra del nano-fluido previo ensayo. Dcha.: Muestra del nano-fluido después de ser sometido a 80 °C durante 96 horas. Ensayo realizado por el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Carlos III de Madrid.

2.2 Tipos de nano-compuestos utilizados

Existen diferentes tipos de nano-compuestos con unas características eléctricas bien diferenciadas.

En función de la conductividad eléctrica, se pueden clasificar estas nano-partículas en:

- Nano-partículas conductoras: Fe_2O_4 , Fe_2O_3 , ZnO , ...
- Nano-partículas semiconductoras: TiO_2 , CuO , CuO_2 , ...
- Nano-partículas aislantes: Al_2O_3 , SiO_2 , ...

Las propiedades adquiridas por los nano-fluidos varían dependiendo del tipo de nano-partícula añadida [9].

En los aceites minerales que incorporan nano-partículas de Fe_3O_4 , se ha encontrado un incremento de la rigidez dieléctrica en corriente alterna respecto del aceite mineral con igual contenido en humedad. Este incremento depende de la cantidad de humedad contenida, es decir, cuanta más humedad contenida haya, mayor será este incremento de la rigidez dieléctrica. Esta característica es muy interesante, ya que uno de los problemas del aceite es la disminución de la rigidez dieléctrica con la humedad [10] [11].

La figura 2.2 muestra dicho aumento de la rigidez dieléctrica en corriente alterna, en función del contenido de agua en el aceite para nano-fluidos

que incorporan las nano-partículas de Fe_3O_4 [10]. Se aprecia que la disminución de la rigidez dieléctrica con la humedad es mucho menor.

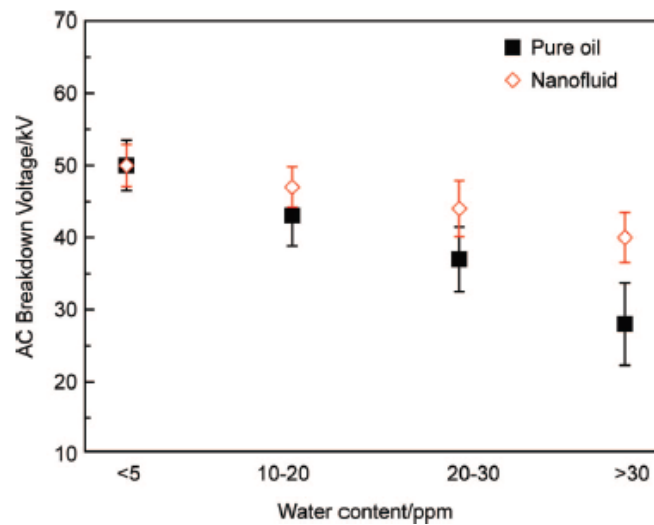


Figura 2.2: Rigidez dieléctrica con nano-fluidos basados en la adición de Fe_3O_4 en función del contenido de agua [10].

Para humedades relativas altas, los aceites minerales basados en nano-partículas de TiO_2 también experimentan un incremento de la rigidez dieléctrica en corriente alterna con respecto del aceite mineral con igual contenido en humedad. Además las nano-partículas de TiO_2 pueden reducir las distorsiones del campo eléctrico causadas por el agua [10] [11].

En la figura 2.3 se puede observar la variación de la rigidez dieléctrica en corriente alterna, en función del contenido en agua para un nano-fluido que incorpora nano-partículas de TiO_2 .

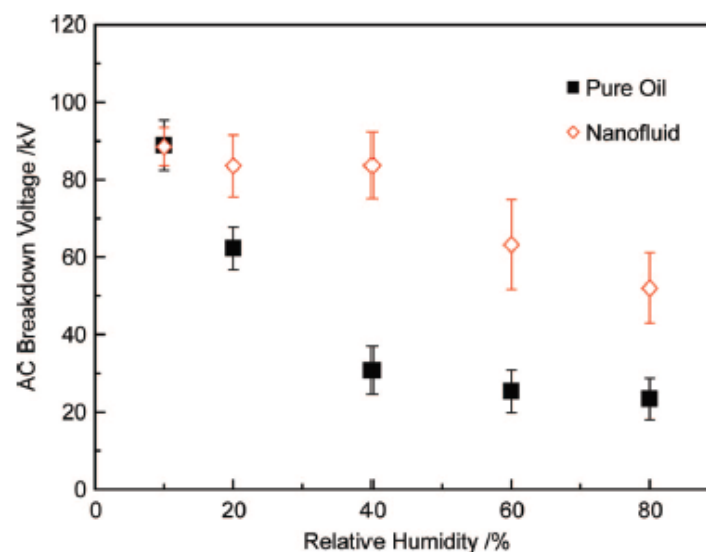


Figura 2.3: Rigidez dieléctrica con nano-fluidos basados en la adición de TiO_2 en función del contenido de agua [10].

Comparando la adición de nano-partículas semiconductoras (TiO_2), y aislantes (Al_2O_3 y SiO_2) con la misma forma y tamaño, se observó que los nano-fluidos basados en nano-partículas de TiO_2 tienen una rigidez dieléctrica en corriente alterna un 13% mayor que el aceite mineral. Mientras que los nano-fluidos compuestos de nano-partículas aislantes, como son el Al_2O_3 y SiO_2 , provocan una reducción de la rigidez dieléctrica del aceite.

Además, mediante la adición de nano-partículas de Fe_3O_4 se puede incrementar la rigidez dieléctrica en corriente continua del aceite mineral. Dependiendo de la concentración de las nano-partículas de Fe_3O_4 añadidas al aceite mineral, el efecto de éstas sobre la rigidez dieléctrica es diferente. En la figura 2.4, se muestra la variación de la rigidez dieléctrica en función de la separación de los electrodos y de la concentración de Fe_3O_4 presente en el aceite mineral.

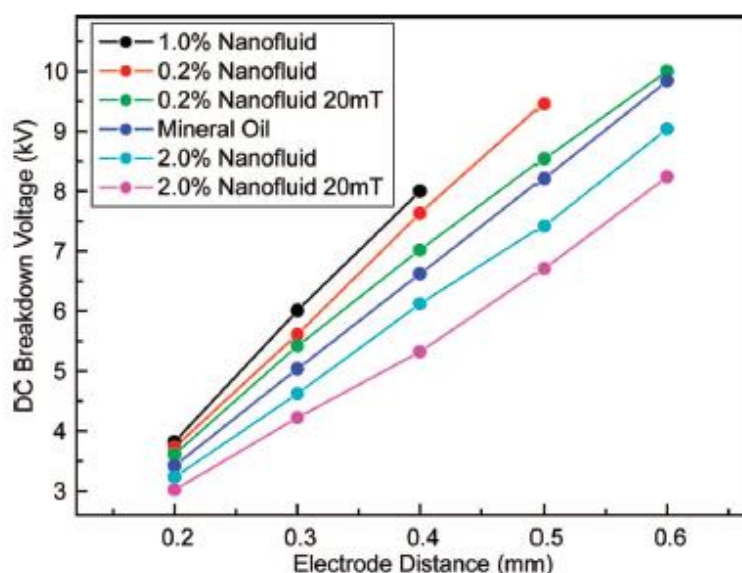


Figura 2.4: Rigidez dieléctrica en corriente continua para nano-fluidos con diferentes concentraciones de nano-partículas en función de la separación de los electrodos [10].

Como se observa en la figura 2.4, para concentraciones de entre 0,2 %vol y 1 %vol la rigidez dieléctrica se ve aumentada. En cambio, para concentraciones del 2 %vol la rigidez dieléctrica es menor respecto a la del aceite mineral.

Du et al. [12] observaron que mediante la adición de nano-partículas semiconductoras de TiO_2 con una concentración del 0,075 %vol la rigidez dieléctrica en corriente continua con polaridad negativa fue 1,27 veces la del aceite mineral. Sin embargo, no se observó ningún incremento de la rigidez dieléctrica en corriente continua de polaridad positiva. Además,

observaron que la velocidad de propagación del streamer se reducía en un 34,8%, y como el streamer es el precursor del arco eléctrico, al reducir la velocidad de propagación del streamer se retrasa la aparición del arco eléctrico, por eso este fenómeno es bastante atractivo.

2.3 Mecanismos de ruptura

Debido a que las propiedades adquiridas por fluidos dieléctricos basados en la adición de nano-partículas no pueden ser estudiadas mediante la teoría de la ruptura dieléctrica, se ha propuesto diferentes mecanismos para explicar la mejora de dichas propiedades.

Hwang et al. propusieron un modelo para explicar la mejora de la rigidez dieléctrica de los aceites minerales cuando se empleaban nano-partículas de Fe_3O_4 dispersas de manera homogénea [13]. Según este modelo, la captura del electrón por las nano-partículas es la causa de la disminución de la velocidad del streamer positivo en el nano-fluido. Los electrones rápidos formados por el campo de ionización son atrapados por las nano-partículas, convirtiéndose en portadores de carga negativa de movimiento lento. Para explicar los procesos electrodinámicos que son afectados por las nano-partículas, se introduce el concepto de la constante de tiempo de relajación de la carga. La constante de tiempo de relajación de la carga (τ_r) de un sistema aceite mineral/nano-partículas viene dado por la siguiente expresión:

$$\tau_r = \frac{2 \cdot \varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 \cdot \sigma_1 + \sigma_2}$$

Donde ε_1 , ε_2 son las permitividades del aceite mineral y de las nano-partículas respectivamente, y σ_1 , σ_2 son las conductividades del aceite mineral y de las nano-partículas respectivamente. Si la constante de tiempo de relajación de las nano-partículas es más pequeña que unos pocos microsegundos (que es la escala de tiempos involucrada en la formación del streamer en el aceite del transformador), las nano-partículas polarizadas capturarán a los electrones rápidos, reduciendo así su movilidad. De manera inversa, si la constante de tiempo de relajación de las nano-partículas es mucho más grande que la escala de tiempo de formación del streamer, las nano-partículas tendrán un pequeño efecto en el aumento de la movilidad de los electrones.

La constante de tiempo de relajación de las nano-partículas de Fe_3O_4 es de $7,47 \cdot 10^{-14}$ (s), muy pequeña en comparación con la escala de tiempo de formación del streamer en el aceite del transformador (que es del orden de μs). Así las nano-partículas de Fe_3O_4 son polarizadas rápidamente cuando el campo eléctrico es aplicado, capturando los electrones rápidos y convirtiéndolos en portadores de carga negativa de baja movilidad. Debido a la baja movilidad de estos portadores de carga, se impide la formación de una zona de carga espacial neta en la punta del streamer, lo cual impide la propagación del streamer en el aceite, incrementando así la rigidez dieléctrica del fluido [13].

En la figura 2.5 se muestra la polarización de las nano-partículas de Fe_3O_4 capturando a los electrones rápidos durante la aplicación de un campo eléctrico. La figura a) representa el instante de aplicación del campo eléctrico. En las figuras b), c) y d) se puede observar la polarización de las nano-partículas a lo largo del tiempo, es decir, la figura muestra la captura de electrones llevada a cabo por las nano-partículas bajo la aplicación de un campo eléctrico, provocando así la disminución de la movilidad de dichos electrones.

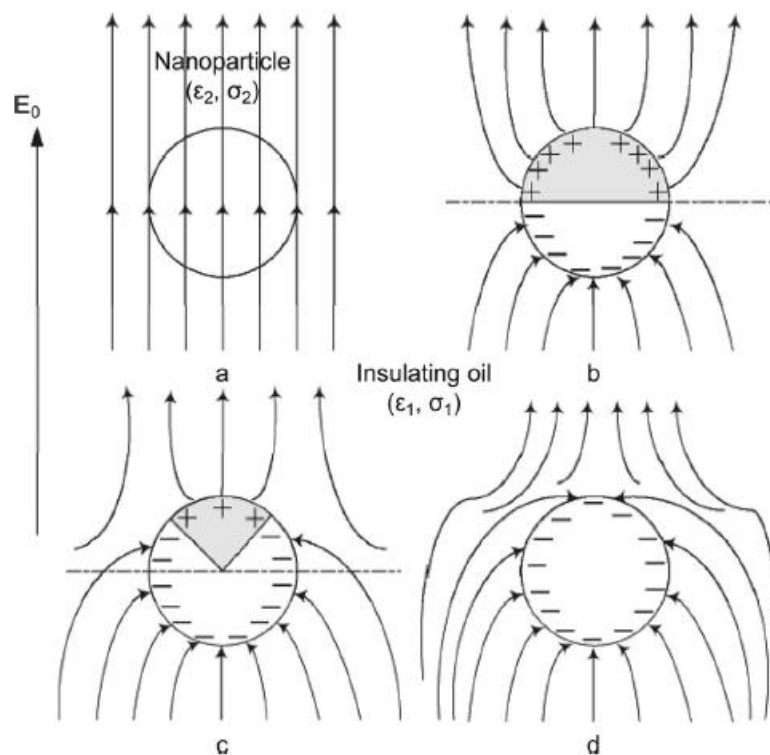


Figura 2.5: Polarización y distribución de carga superficial de las nano-partículas Fe_3O_4 en el aceite mineral [13].

Sin embargo, este modelo no explica la disminución de la ruptura dieléctrica de los nano-fluidos formados por aceite mineral con nano-

partículas de SiC disueltos en él. El sistema aceite mineral/nano-partícula de SiC tiene una constante de tiempo de relajación de $1,1 \cdot 10^{-12}(s)$, la cual es mucho más pequeña en comparación a la escala de tiempo de formación del streamer. Tampoco puede explicar el incremento de la rigidez dieléctrica de los aceites que incorporan nano-partículas con constantes de tiempo de relajación más grandes en comparación con la escala de tiempo de formación del streamer en el aceite mineral [14] [15].

Du et al. propusieron que el incremento de la ruptura dieléctrica del aceite mineral que incorpora las nano-partículas de TiO_2 es debido al incremento de las capturas y liberaciones de los electrones en trampas adicionales introducidas por las nano-partículas [12].

La figura 2.6 muestra la evolución de la corriente estimulada por la temperatura (TSC). Como se muestra en la figura 2.6, la magnitud del pico de corriente del nano-fluido TiO_2 es aproximadamente 2,5 veces la del aceite del transformador, suponiendo que la densidad de cargas en el nano-fluido de TiO_2 es consideradamente más grande que en el aceite mineral del transformador. Sin embargo, se puede observar como el nano-fluido alcanza el pico en torno a 30 °C antes que el aceite mineral del transformador.

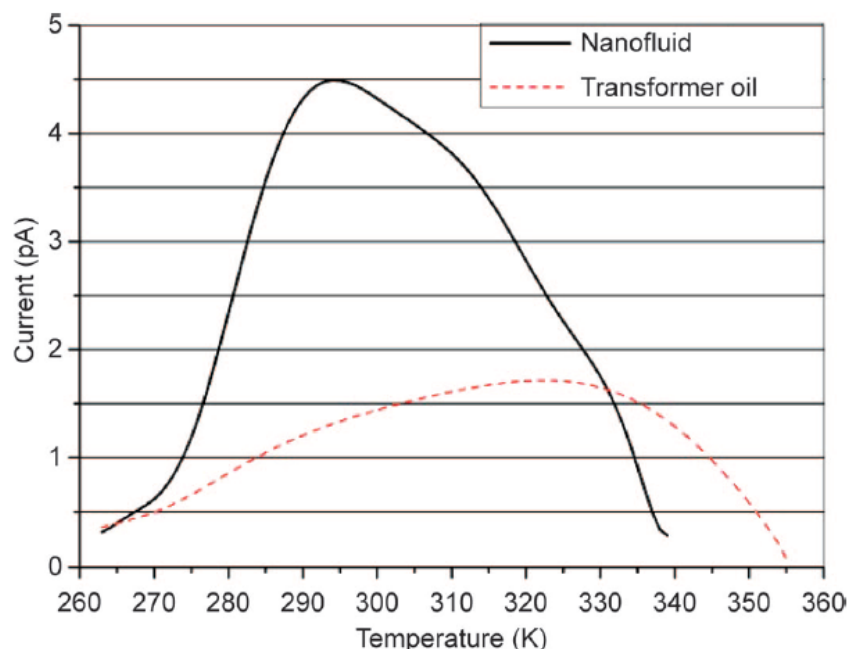


Figura 2.6: Curvas de corriente estimuladas térmicamente (TSC) para el aceite mineral y un nano-fluido con nano-partículas de TiO_2 [12].

El aumento de las capturas y las liberaciones reduciría la energía media de los electrones que se mueven a través del aceite mineral. Por lo tanto, la



probabilidad de la generación de electrones adicionales mediante la ionización por impacto también se reduciría. Como consecuencia, la distorsión del campo eléctrico en el aceite mineral por la carga electrónica en tránsito se reduciría y la rigidez dieléctrica aumentaría [10].

3. Cálculo de campos eléctricos en un sistema punta-esfera

3.1 Ecuaciones para la determinación de campos eléctricos

La creación de los campos eléctricos se rige por las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones proporcionan información acerca de cómo se puede crear un campo eléctrico. Las ecuaciones de Maxwell son las siguientes [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \\ \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.1) \\ (3.2) \\ (3.3) \\ (3.4) \end{array}$$

Donde:

- ρ = Densidad volumétrica de carga [C/m³]
- \vec{B} = Inducción magnética [T]
- \vec{H} = Campo magnético [A/m]
- ε = Permitividad
- \vec{J} = Densidad de corriente [A/m²]

La divergencia de un vector está relacionada con las fuentes y sumideros de dicho vector, y por tanto, identificando las magnitudes que hacen que la divergencia de un vector no sea nula, se tienen identificadas las magnitudes que provocan que ese vector se genere en un volumen del espacio. Por lo tanto, según la ecuación (3.1) de Maxwell, se puede generar un campo eléctrico a través de una distribución de cargas en el espacio, y el campo eléctrico nace en las cargas positivas y muere en las cargas negativas [1].

En cambio, el rotacional señala qué es lo que hace crecer a un campo en una dirección diferente a aquella en la que se propaga. A través de la ecuación (3.2) de Maxwell se deduce que un campo eléctrico puede ser generado a través de un flujo magnético variable en el tiempo.

Las ecuaciones (3.3) y (3.4) hablan sobre la creación de campos magnéticos y no se utilizarán en este Trabajo Fin de Grado.

Como se observa de las ecuaciones (3.1) y (3.2) el campo eléctrico puede ser generado de dos formas distintas: mediante una distribución de cargas y mediante un flujo variable en el tiempo. El presente Trabajo Fin de Grado tiene como objetivo el cálculo del campo eléctrico en un sistema de electrodos sometidos a diferente potencial con una geometría determinada y separados por un dieléctrico determinado. Por tanto, en el problema que nos ocupa, las corrientes que circulan entre electrodos son insignificantes, con lo que los campos magnéticos también lo son. Por lo que, sólo habrá que resolver la ecuación (3.1).

Cuando no se tienen campos magnéticos la ecuación (3.2) se convierte en:

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

Un campo cuyo rotacional es nulo se puede suponer que deriva del gradiente de una función escalar a la que llamaremos potencial.

$$E = -\nabla V \quad (3.5)$$

Por lo tanto, sustituyendo la ecuación (3.5) en la ecuación de Maxwell (3.1), se obtiene la ecuación de Poisson:

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.6)$$

La ecuación de Poisson (3.6) aplicada a una región del espacio libre de cargas se convierte en la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (3.7)$$

3.2 Métodos numéricos para el cálculo de campos eléctricos

La determinación numérica de los campos eléctricos consiste en obtener la solución de la ecuación de Laplace o de la ecuación de Poisson, con sus respectivas condiciones de contorno.

Para ello, se pueden emplear un gran abanico de métodos numéricos, como son el Método de los Elementos Finitos, el Método de las Cargas Discretas o Ficticias, el Método de las Cargas Superficiales y el Método de los Elementos de Contorno.

El Método de las Cargas Discretas o Ficticias se basa en la linealidad de la ecuación del potencial de Laplace, de la que se puede deducir una posibilidad para la obtención de soluciones aproximadas. La solución aproximada puede obtenerse mediante la superposición de un conjunto

de soluciones particulares de la ecuación homogénea (3.7). Estas soluciones particulares son las funciones de potencial correspondiente a determinadas distribuciones de carga con una forma tal que se conoce el potencial creado por dicha distribución de carga. Para conseguir que ese conjunto de distribuciones de carga (o de soluciones particulares de la ecuación homogénea) representen el problema que se desea estudiar, sólo resta por conocer su magnitud. Para determinar su magnitud se conoce el potencial generado por el problema real en diferentes puntos del espacio. La obtención de la magnitud de las distribuciones de carga se obtiene formulando un conjunto de ecuaciones, las cuales fuerzan el cumplimiento de las condiciones de contorno en tantos puntos como cargas se quieran calcular. Por lo que la exactitud de la solución dependerá del número de puntos en los cuáles se obligue el cumplimiento de las condiciones de contorno [16] [17] [18].

El Método de las Cargas Superficiales permite el cálculo de campos eléctricos y potencial una vez conocida la distribución de carga. Este método puede entenderse como una extensión del Método de las Cargas Discretas. Pero a diferencia del Método de las Cargas Discretas, el Método de las Cargas Superficiales utiliza las distribuciones de carga localizadas directamente en las fronteras. Este tipo de método requiere de una capacidad de computación mayor, debido a que para el cálculo del campo es necesario realizar una integral superficial, que por razones de precisión es necesario llevarla a cabo de forma analítica.

El Método de los Elementos de Contorno utiliza, igual que el Método de las Cargas Superficiales, las distribuciones de carga localizadas en las fronteras. Ambos métodos se denominan de manera diferente debido a que el Método de las Cargas Superficiales se emplea cuando las superficies elementales portadoras de carga presentan una simetría de revolución, sin embargo, el Método de los Elementos de Contorno se emplea cuando tienen una forma general [19].

El Método de los Elementos Finitos consiste en la división de un cuerpo o sólido de infinitos grados de libertad en un número finito de pequeños “elementos” interconectados entre sí mediante una serie de puntos conocidos como “nodos”. El comportamiento de cada elemento queda definido por un número finito de grados de libertad asociados a puntos característicos. La solución del problema se halla mediante la aplicación de un sistema de ecuaciones discretas. Este sistema de ecuaciones se obtiene a través del ensamblaje de los elementos finitos. A través de funciones de

interpolación o de forma se determina el comportamiento en el interior de cada elemento a través de los nodos. En definitiva, el fundamento del Método de los Elementos Finitos consiste en transformar un modelo de infinitos grados de libertad en un modelo aproximado con un número finito de grados de libertad. El comportamiento en el interior de cada elemento se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos [20].

En este Trabajo de Fin de Grado se emplea una herramienta computacional que obtiene la solución del problema mediante el Método de los Elementos Finitos.

3.3 Generación y recombinación de portadores de carga

La ruptura dieléctrica en los aceites minerales u otros tipos de líquidos dieléctricos, está caracterizada por una serie de eventos visibles, como puede ser la formación del streamer y posteriormente, la formación del arco eléctrico. El streamer es una estructura conductora de baja densidad que se forma mediante la ionización de las cargas al estar sometido a una alta intensidad de campo eléctrico, normalmente del orden de $10^8 (V/m)$. La formación del streamer es un poco diferente según el electrodo en punta sea positivo respecto del otro electrodo (streamer positivo) o sea negativo (streamer negativo). Una vez iniciado el streamer, tiende a extenderse desde el electrodo dónde se ha iniciado hacia el electrodo conectado a tierra o de diferente polaridad. Esta extensión del streamer depende de la naturaleza de la excitación eléctrica que lo ha causado. Si se mantiene la excitación que ha producido la formación del streamer, puede llegar el caso que se forme un puente ionizado en la cavidad del aceite, entre el electrodo dónde se ha iniciado y el electrodo de tierra o de diferente polaridad. Este fenómeno provoca la formación de un arco eléctrico. Por lo tanto, se puede decir que el streamer es el precursor del arco eléctrico. Estos fenómenos son el resultado de procesos de disipación eléctrica, los cuales tienen lugar en el líquido como consecuencia de un alto estrés eléctrico. Por eso, cualquier intento de modelar la formación del streamer, debe centrarse en el estudio de los procesos electrodinámicos que tienen lugar en el líquido [8].

Las ecuaciones fundamentales del modelo electrodinámico incluyen las ecuaciones de Poisson y las ecuaciones de la continuidad de carga. La ecuación (3.8) muestra la ecuación de Poisson, asumiendo que en el

sistema existen tanto portadores de carga positivos como portadores de carga negativos.

$$-\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = \rho_+ + \rho_- \quad (3.8)$$

Donde:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

En la ecuación de Poisson, V representa el potencial eléctrico, ϵ representa la permitividad del líquido, \vec{E} representa el campo eléctrico y ρ_+ y ρ_- representan la densidad de carga volumétrica positiva y negativa respectivamente.

Las ecuaciones (3.9 y 3.10) muestran la forma general de las ecuaciones de la continuidad de carga, para ambos portadores de carga, los positivos y los negativos.

$$\frac{\partial \rho_+}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_+ = G_{C+} + R_{C+} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \rho_-}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_- = G_{C-} + R_{C-} \quad (3.10)$$

En las ecuaciones de la continuidad de carga, \vec{J}_+ y \vec{J}_- representan la densidad de corriente positiva y negativa respectivamente, esto es, las cargas que abandonan un determinado punto del espacio al ser arrastradas por el campo. Esta densidad de corriente se obtiene multiplicando el campo eléctrico por la densidad de carga y por la movilidad del portador de carga en cuestión (μ):

$$\vec{J}_+ = \rho_+ \cdot \mu_+ \cdot \vec{E}$$

$$\vec{J}_- = \rho_- \cdot \mu_- \cdot \vec{E}$$

Los términos G_{C+} , R_{C+} , G_{C-} y R_{C-} representan los términos de generación y recombinación de los portadores de carga positivos y negativos.

La ecuación de Poisson describe la distribución del campo eléctrico en un sistema de electrodos con la presencia de portadores de carga libres, en cambio, las ecuaciones de la continuidad de la carga, describen cómo las distribuciones de los portadores de carga son modificadas por el campo eléctrico.

Para modelar la electrodinámica que tiene lugar en el aceite mineral de un transformador, o en cualquier otro líquido dieléctrico, durante periodos de

alto estrés eléctrico, es necesario conocer cuál es la distribución del campo eléctrico Laplaciano presente en el líquido. Posteriormente, es importante identificar las fuentes y los sumideros de los portadores de carga.

La formación del streamer en un líquido dieléctrico requiere de energía de disipación. Esta energía es debida al calentamiento por efecto Joule debido al movimiento de los portadores de carga desde zonas de alta intensidad de campo eléctrico a zonas de menor intensidad de campo y resulta en un calentamiento del líquido aislante. En una escala macroscópica, este calentamiento representa el incremento de la temperatura de un material como consecuencia del paso de una corriente eléctrica a través de él. En una escala molecular, representa la transferencia de la energía cinética desde unas cargas, moviéndose debido al campo eléctrico, hasta las moléculas neutras como resultado de colisiones inelásticas. Por lo tanto, para que en un líquido dieléctrico se produzca el calentamiento por efecto Joule, el líquido debe contener portadores de carga capaces de moverse bajo la acción de un campo eléctrico [8].

Normalmente, los líquidos dieléctricos son muy aislantes, esto significa que tienen un contenido bajo de portadores de carga. Sin embargo, bajo un alto estrés eléctrico, el número de portadores de carga crece hasta el punto que el calentamiento por efecto Joule es lo suficientemente significativo como para producir la formación del streamer. Existen diferentes mecanismos responsables del crecimiento del número de portadores de carga durante períodos de alto estrés eléctrico, entre los que cabe destacar los siguientes:

- La emisión de electrones desde los electrodos por efecto campo.
- La disociación iónica dependiente del campo eléctrico.
- La ionización molecular dependiente del campo eléctrico.

La emisión de electrones por efecto campo desde las superficies metálicas es un efecto de mecánica cuántica, el cual ocurre para muy altos niveles de campos eléctricos, típicamente mayores a $5 \cdot 10^8 \text{ V/m}$. Estos niveles de campo eléctrico tan altos son raros, sin embargo, son similares a los niveles de campo necesarios para la iniciación y crecimiento del streamer en el aceite del transformador. El hecho de que la emisión de campo resulte de la emisión de electrones desde el electrodo metálico significa que solo puede ocurrir en electrodos negativos. Este hecho significa que es probable que la emisión de campo sólo tenga un papel en el desarrollo de los streamers negativos en el aceite del transformador [8].

Una teoría para describir la emisión de campo fue desarrollada por Fowler y Nordheim en 1928. Por este motivo, el proceso de la emisión de campo es comúnmente conocido como “La emisión de campo de Fowler-Nordheim”.

Para explicar la disociación iónica dependiente del campo eléctrico, Onsager desarrolló una teoría que describe cómo la conductividad de los electrolitos débiles depende del nivel del campo eléctrico al que está sometido el líquido. En esta teoría se asume que el líquido contiene una concentración de pares de iones neutros, c ($1/m^3$), y una misma concentración de iones libres positivos y negativos, n_{\pm} ($1/m^3$). La velocidad a la cual una pareja de iones neutros se disocian para formar un par de iones libres y la velocidad a la cual los iones libres se recombinan para formar pares de iones neutros son controladas por dos constantes de velocidad cinética, K_D para la disociación y K_R para la recombinación. El valor de la constante de disociación (K_D) depende del campo eléctrico aplicado. En cambio, el valor de la constante de recombinación (K_R) permanece invariable al campo eléctrico aplicado. La dependencia del campo eléctrico de la constante de disociación (K_D) da lugar a un incremento en la concentración de iones libres, por lo que la conductividad del líquido incrementa a medida que aumenta el campo eléctrico [8].

En la figura 3.1 se puede observar la dependencia del campo eléctrico de los portadores de carga en el líquido.

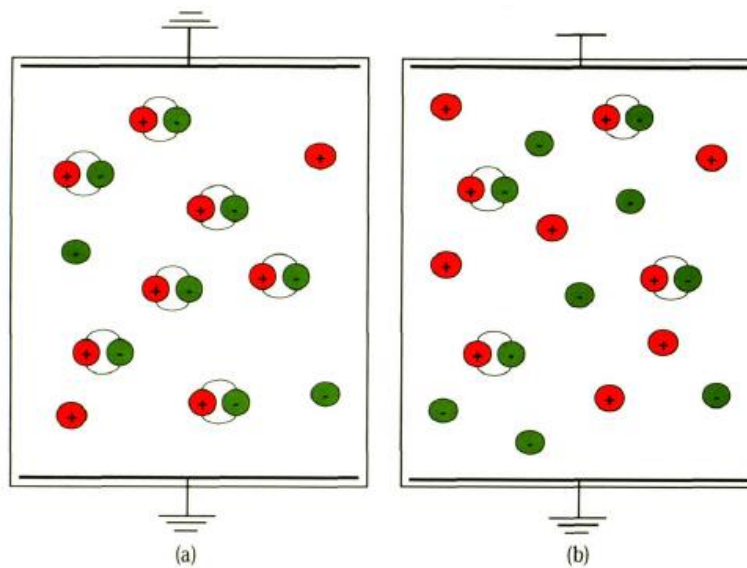


Figura 3.1: Dependencia del campo eléctrico de los portadores de carga. a) Sin campo eléctrico aplicado. b) Con campo eléctrico aplicado [8].

En el caso de la figura 3.1 (a), cuando el líquido no está sometido a un campo eléctrico, la concentración de portadores de carga en el líquido es pequeña.

En cambio, en la figura 3.1 (b), al aplicar un campo eléctrico, el punto termodinámico de equilibrio cambia y la concentración de los portadores de carga aumenta, debido a que el campo eléctrico provoca la disociación de los pares de iones neutros.

La posible generación de los portadores de carga en líquidos dieléctricos tales como el aceite de transformador, debido a la ionización molecular es un tema que normalmente es mencionado de una manera cualitativa. La ionización molecular dependiente del campo eléctrico, es un mecanismo de ionización directa, puesto a que un nivel de campo eléctrico muy alto, arranca un electrón de una molécula neutra, generando así un electrón libre y un ion positivo libre [8].

En la figura 3.2, se muestra dicho proceso. Para el caso (a), se puede observar cómo para niveles bajos del campo eléctrico, no se produce el proceso de ionización molecular. En cambio, en el caso (b), se observa cómo para niveles altos del campo eléctrico, se produce la extracción de un electrón de una molécula neutra, resultando así un ion positivo y un electrón libre.

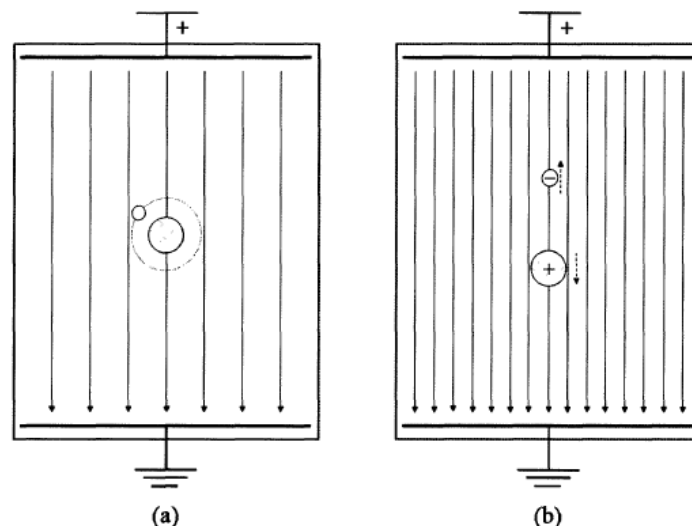


Figura 3.2: Proceso de ionización molecular. a) Para un nivel de campo eléctrico bajo. b) Para un nivel de campo eléctrico alto [8].

El proceso de ionización molecular genera dos portadores de carga libres a partir de una molécula neutra, como en el caso de la disociación iónica. La ionización molecular difiere de la disociación iónica en el valor de la

movilidad de los dos portadores de carga, debido a que la movilidad de los electrones suele ser cinco veces mayor a la movilidad de los iones positivos. Esta diferencia entre los valores de movilidad de los portadores de carga generados, significa que la ionización molecular lidera la formación de las densidades de carga espaciales netas durante el período de iniciación y crecimiento del streamer.

Durante la formación y crecimiento del streamer, existen concentraciones de iones positivos y electrones en el líquido dieléctrico. Estos portadores de carga son debidos a la ionización molecular. Se puede decir que la interacción de estos portadores de cargas libres entre sí y con el medio circundante, facilita la recombinación de los electrones/iones, la fijación de los electrones a especies neutras, formando iones negativos y una recombinación ion/ion.

Una forma de modelar el proceso de recombinación es considerarlo como una reacción química, la cual tiene un ratio que depende de la distribución espacial de los reactivos. En este caso la recombinación de los electrones o iones negativos con iones positivos puede describirse siguiendo la ecuación 3.11:

$$\frac{dn_{\pm}}{dt} = -R_{\pm} \cdot n_{\pm}^2 \quad (3.11)$$

Donde:

- R_{\pm} es la constante de recombinación, cuyas unidades son m^3/s .
- $n_{+} = n_{-} = n_{\pm}$ representa la concentración de especies positivas y negativas.

4. Comsol Multiphysics

4.1 Descripción de la herramienta

Comsol Multiphysics es un software de simulación numérica, que abarca cuatro ramas principales: mecánica estructural, fluidos, electromagnetismo y química. Dentro de estas cuatro ramas cubre un gran abanico de aplicaciones. Esta herramienta está diseñada para trabajar en multifísica, es decir, es capaz de trabajar con diferentes fenómenos acoplados que pueden estar dentro de estas cuatro ramas. Por lo tanto, Comsol Multiphysics permite trabajar con varios fenómenos físicos que se influyen mutuamente, para un mismo entorno. Además, posibilita trabajar con una sola física (física sencilla) [21].

Comsol Multiphysics realiza la simulación mediante el Método de los Elementos Finitos (FEM), aunque también puede utilizar otros tipos de métodos para aplicaciones más concretas.

A continuación, se muestran una serie de ejemplos de simulación mediante este software.

En la figura 4.1 se muestra un ejemplo de simulación de un transformador, es decir, un problema electromagnético.

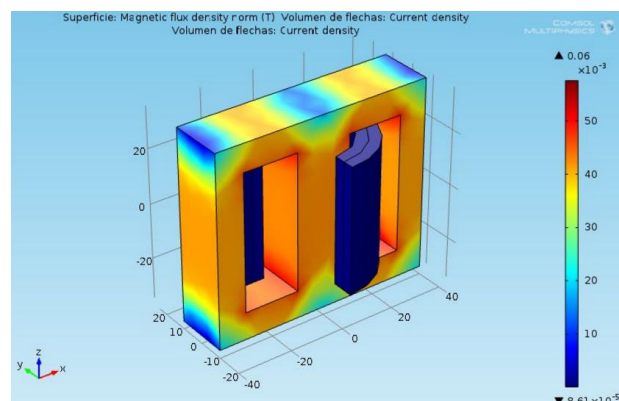


Figura 4.1: AC/DC; Transformador [21].

En el siguiente ejemplo, figura 4.2, se muestra un modelo de simulación de un filtro de un motor diésel. Se trata de un problema dónde se producen reacciones químicas.

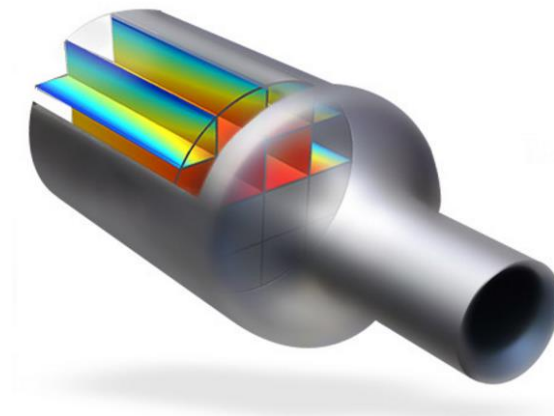


Figura 4.2: Química; Filtro de motor diésel [21].

Y, por último, en la figura 4.3, se puede ver un claro ejemplo de mecánica estructural, en el que se realiza el estudio de las vibraciones de un propulsor.

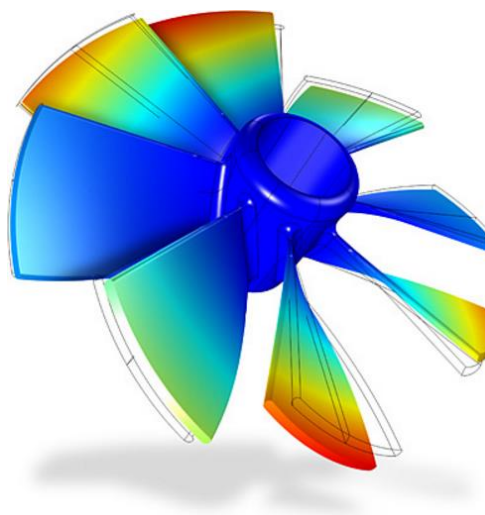


Figura 4.3: Mecánica estructural; Vibración de un propulsor [21].

Este software tiene tanta importancia a nivel mundial, que entidades importantes lo han utilizado para mejorar en sus actividades. Ford mediante el uso de dicho programa ha analizado el comportamiento de las baterías Ion- Litio con el objetivo de mejorar en sus diseños. Otra entidad bastante conocida, como es la NASA, ha empleado esta herramienta para el estudio del calentamiento por microondas del suelo lunar, con el objetivo de poder extraer agua.

4.2 Pasos para la resolución de un problema

Para resolver un problema utilizando la herramienta Comsol Multiphysics, hay que seguir una serie de pasos. Estos pasos son los siguientes:

En primer lugar, como se observa en la figura 4.4, en la pantalla inicial de Comsol Multiphysics se puede elegir realizar el modelo mediante el asistente para creación de modelos o directamente en un modelo en blanco.

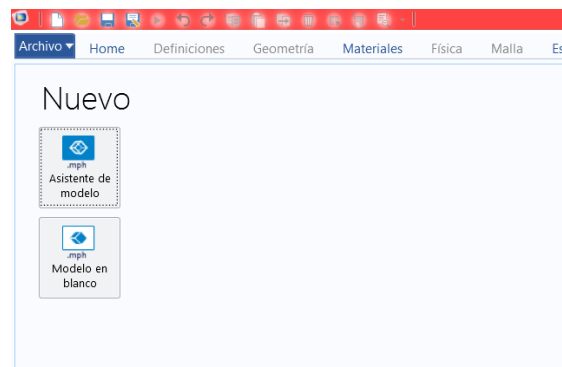


Figura 4.4: Selección del asistente de modelo.

Normalmente, se selecciona la opción de “Asistente de modelo”. Posteriormente, se debe elegir el número de dimensiones (figura 4.5). Siempre que se quiera hacer una simetría de revolución de cualquier tipo, es conveniente utilizar las dimensiones de tipo axisimétricas, ya que permite realizar el estudio con grandes simplificaciones, por lo que se ahorra tiempo y memoria en el cálculo.

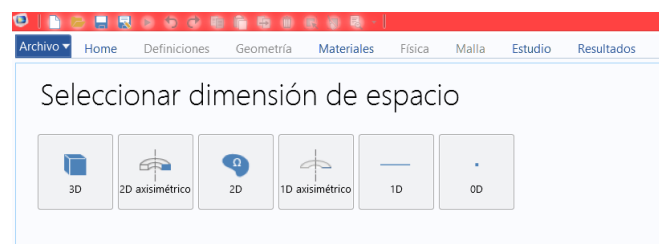


Figura 4.5: Selección la dimensión espacial.

Una vez elegido la dimensión espacial, se tiene que escoger la física inicial que se desee emplear en el modelo de simulación, tal y como aparece en la figura 4.6.



Figura 4.6: Selección de la física.

Una vez que se han seleccionado las físicas adecuadas para el estudio del modelo, se pulsa el botón “Estudio”.

El siguiente paso es elegir el tipo de estudio. Dependiendo del tipo de la física seleccionada, habrá diferentes tipos de estudio. Se puede hacer un estudio estacionario, en función de la frecuencia o temporal.

Una vez realizado los pasos anteriores, el modelo estará inicializado. Entonces, aparece el escritorio principal de Comsol Multiphysics, como se observa en la figura 4.7.

En este escritorio, en la parte izquierda se encuentra el constructor del modelo que consta de una serie de nodos. La simulación se irá construyendo añadiendo y modificando nodos.

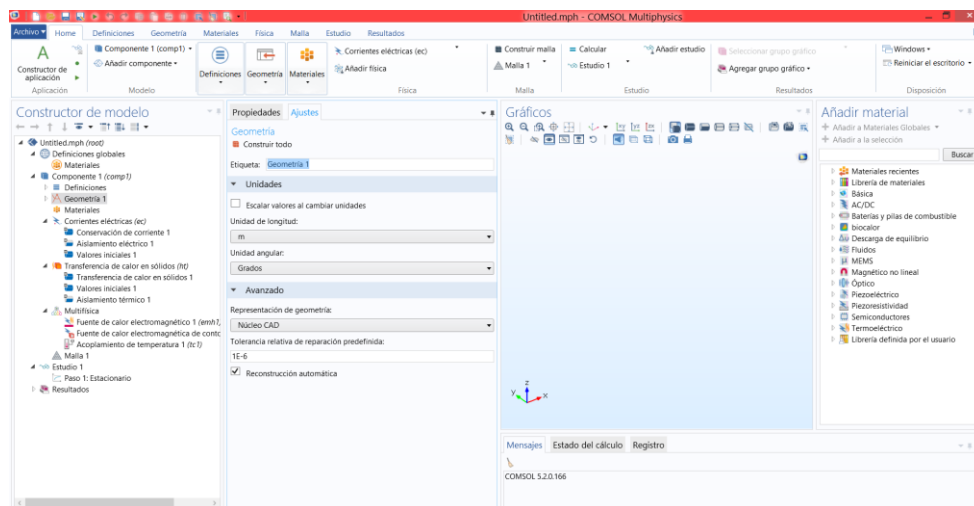


Figura 4.7: Escritorio principal de Comsol Multiphysics.

Para simplificar el estudio, es aconsejable crear una lista de parámetros con sus respectivos valores, tal y como aparece en la figura 4.8. Además, esta herramienta permite introducir los valores de los parámetros en cualquier unidad, realizando la conversión a las unidades del sistema internacional de manera automática.

Parámetros			
Nombre	Expresión	Valor	Descripción
r_electrodo	6.35[mm]	0.00635 m	Radio de los electrodos
h	30[mm]	0.03 m	Altura de la sujección del...
e	1.5[mm]	0.0015 m	Espesor de electrodos
s	25[mm]	0.025 m	Separación entre electro...
H	h+h+e+e+s	0.088 m	Altura cuba
R	10[mm]	0.01 m	Radio cuba
r	3[mm]	0.003 m	Radio de la sujección del...

Figura 4.8: Selección de parámetros.

A continuación, se debe realizar la geometría del sistema en estudio. A partir del constructor de modelo, se introducen los cuerpos geométricos o las figuras geométricas que se deseen.

Una vez construida la geometría, como se puede ver en la figura 4.9, se seleccionan los diferentes tipos de materiales de cada dominio, contorno o arista.

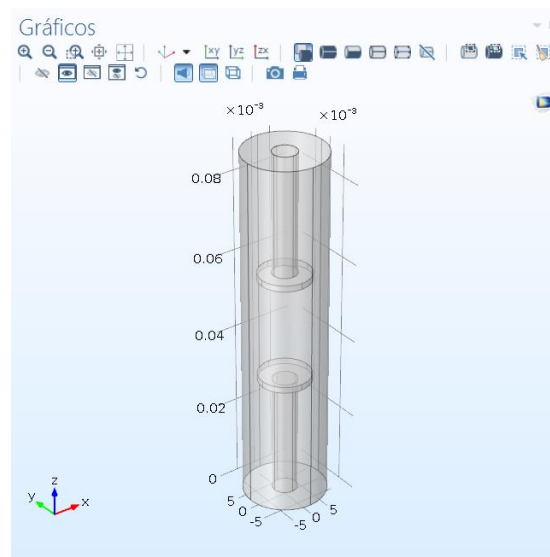


Figura 4.9: Geometría construida en Comsol Multiphysics.

Después de haber elegido el tipo de material, es necesario definir las condiciones de contorno que se ajusten al estudio que se desea realizar. Dependiendo de la física elegida inicialmente, se podrá seleccionar diferentes condiciones de contorno.

Por último, antes de obtener la solución del problema, es muy importante construir el mallado, tal y como aparece en la figura 4.10. Es aconsejable refinar el mallado en aquellas zonas del dominio en estudio con mayor gradiente (variación) de campo, con objeto de conseguir una solución lo más exacta posible. Una vez construido el mallado, el problema podrá ser resuelto.

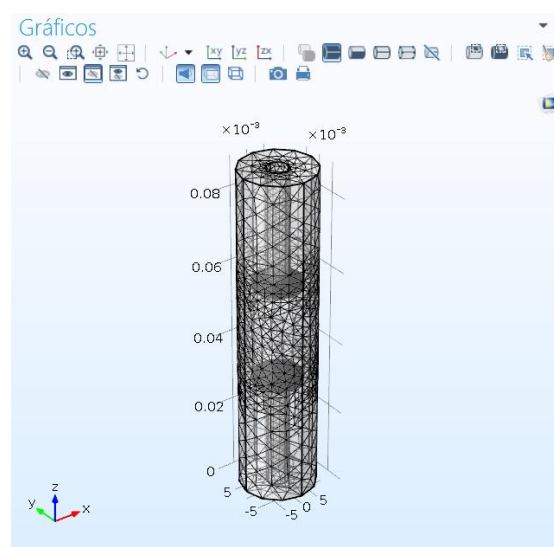


Figura 4.10: Mallado de la geometría.

5. Estudios preliminares

El modelo propuesto (que se describirá en el [apartado 6.1](#)) presenta una geometría bastante compleja a la hora de determinar la distribución del campo eléctrico. Como consecuencia de dicha complejidad y debido a la escasa información acerca del estudio de campos eléctricos en una geometría punta-esfera, para comprobar que los resultados obtenidos en este estudio son razonables, se realizaron una serie de estudios preliminares para demostrar que la precisión de cálculo de la herramienta Comsol Multiphysics es lo suficientemente buena como para conseguir resultados satisfactorios.

Por este motivo, se obtuvo la solución de varios problemas documentados en artículos científicos mediante la herramienta informática citada anteriormente y se comparó los resultados obtenidos con las soluciones analíticas procedentes de los artículos correspondientes [22 y 23].

5.1 Cálculo del campo eléctrico entre electrodos plano-plano

En este estudio preliminar, se estudia la distribución del campo eléctrico en una geometría plano-plano. En la tabla 5.1 se puede observar las dimensiones características del modelo a analizar.

Nombre	Valor [m]	Descripción
$R_{Electrodo}$	0,030	Radio de los electrodos
$h_{Sujeción}$	0,03	Altura de la sujeción de los electrodos
e	0,0015	Espesor de los electrodos
d	0,025	Distancia de separación entre electrodos
H_{Cuba}	0,088	Altura de la cuba
R_{Cuba}	0,05	Radio de la cuba
$R_{Sujeción}$	0,01	Radio de la sujeción de los electrodos

Tabla 5.1: Dimensiones de la geometría a estudiar.

Como se ha comentado en el apartado anterior ([apartado 4](#)), Comsol Multiphysics permite realizar el estudio en diferentes dimensiones espaciales. En este caso, se optó por una dimensión 2D axisimétrico, con objeto de simplificar el estudio.

Las dimensiones características del modelo que aparecen en la tabla 5.1, se introducen en el apartado de “parámetros” de la herramienta informática. De esta forma se simplifica la construcción del modelo

mediante Comsol Multiphysics. En la figura 5.1 se observa la lista de parámetros definidos en Comsol Multiphysics que posteriormente serán utilizados para la construcción del modelo.

▼ Parámetros			
► Nombre	Expresión	Valor	Descripción
r_electrodo	0.030[m]	0.03 m	Radio de los electrodos
he	30[mm]	0.03 m	Altura de la sujección del electrodo
e	1.5[mm]	0.0015 m	Espesor de electrodos
se	25[mm]	0.025 m	Separación entre electrodos
Hc	he+he+e+e+se	0.088 m	Altura cuba
R	50[mm]	0.05 m	Radio cuba
r_s	10[mm]	0.01 m	Radio de la sujección del electrodo

Figura 5.1: Lista de parámetros definidos por el usuario en Comsol Multiphysics.

Una vez realizada la lista de parámetros necesarios, se construye el modelo. Al tratarse de una dimensión espacial 2D axisimétrico, sólo se tiene que construir la mitad de la geometría, debido a que el programa internamente construye la otra mitad por revolución. En la figura 5.2 se muestra el modelo construido mediante Comsol Multiphysics.

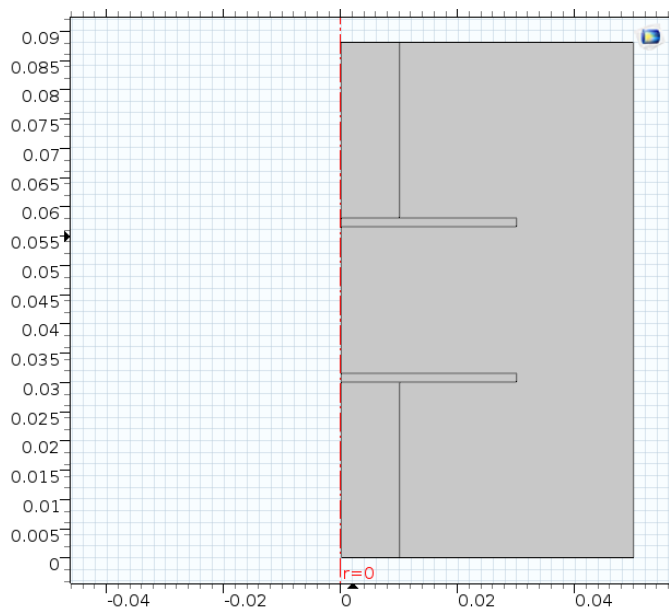


Figura 5.2: Geometría a analizar implementada mediante Comsol Multiphysics.

Una vez construida la geometría a analizar, es muy importante la selección de los materiales de las diferentes partes que componen el modelo. En este estudio, como material de los electrodos se seleccionó el cobre, debido a sus buenas propiedades eléctricas. Como medio dieléctrico entre los electrodos se seleccionó el aire. Por último, como material de la cuba se seleccionó Polimetilmetacrilato (PMMA). La elección de estos

materiales es debida a sus buenas propiedades eléctricas y también para conseguir que la apariencia del modelo fuese lo más cercana a un equipo de prueba de rigidez dieléctrica. En la figura 5.3 se puede observar el equipo de medida de la rigidez dieléctrica que se ha mencionado anteriormente.

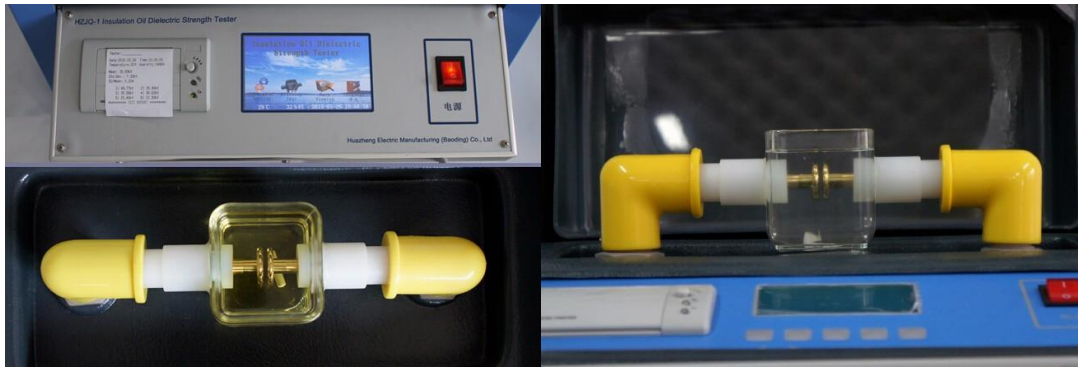


Figura 5.3: Equipo de prueba de la rigidez dieléctrica.

Posteriormente se debe definir la excitación aplicada al sistema. El electrodo inferior se excitó con 100 V (u_+) y el electrodo superior se definió como tierra (u_-). La condición de contorno definida en la cuba fue la de carga nula, es decir, la cuba no permite el paso de portadores de carga ($\vec{n} \cdot \vec{D} = 0$).

Por último, se tiene que realizar el mallado. En este caso, al ser un estudio con una geometría bastante sencilla, no es necesario definir un mallado extremadamente fino. Lo más adecuado es seleccionar un mallado de tamaño normal, puesto a que la precisión que se puede obtener al emplear un mallado muy fino es muy poca en comparación al incremento del tiempo de computación necesario. La figura 5.4 muestra el mallado empleado en la resolución de este modelo.

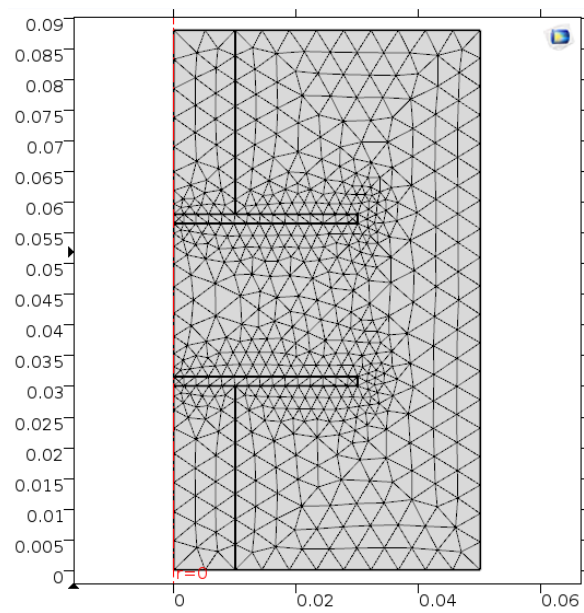


Figura 5.4: Mallado de la geometría a analizar mediante Comsol Multiphysics.

Una vez realizado el mallado, se puede obtener la solución estacionaria del problema.

En la figura 5.5 se puede observar la distribución del potencial eléctrico en una gráfica de superficie (izquierda) y la evolución frente a la distancia (derecha). Como se observa, los electrodos se encuentran al potencial eléctrico indicado anteriormente.

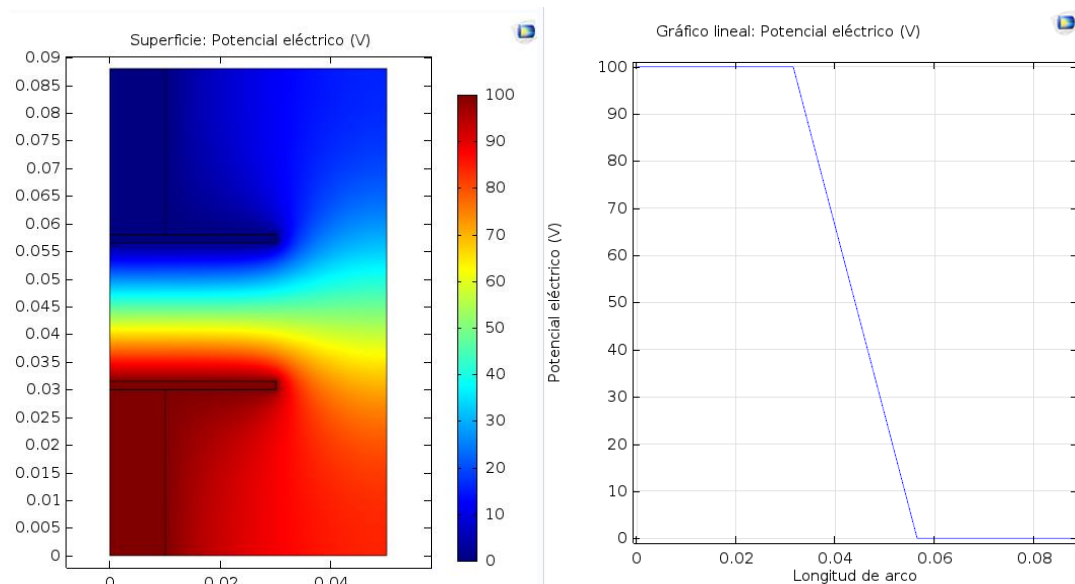


Figura 5.5: Distribución del potencial eléctrico obtenida mediante Comsol Multiphysics. Izq.: Gráfico de superficie de la distribución del potencial eléctrico. Drcha.: Gráfico lineal de la distribución del potencial eléctrico a lo largo del eje axial.

En la figura 5.6 se puede ver la distribución lineal de la componente z del campo eléctrico. Como se observa, el campo eléctrico en los electrodos es de 0 V/m , mientras que el campo eléctrico en el espacio delimitado entre ambos electrodos (anteriormente definido como “ d ”) es constante y de valor 4000 V/m .

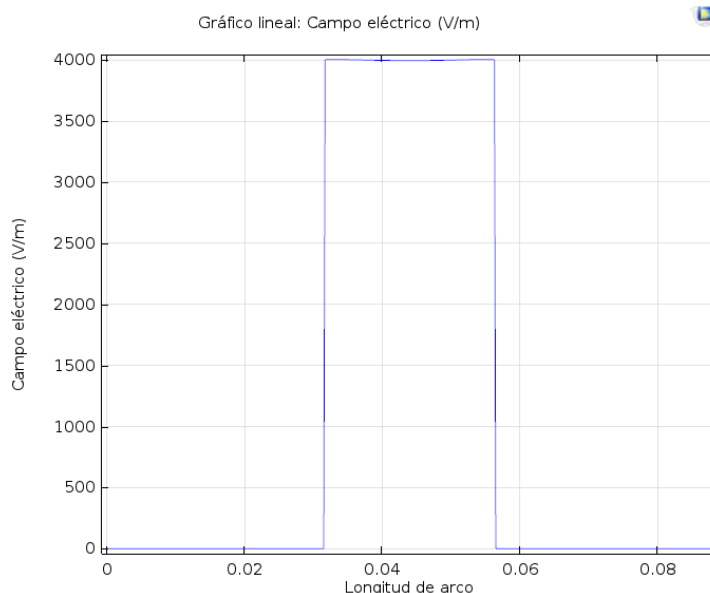


Figura 5.6: Distribución lineal del campo eléctrico en la geometría estudiada.

A la hora de obtener las soluciones indicadas y de compararlas con los resultados analíticos es importante tener en cuenta determinadas cautelas tales como no tomar un diámetro de las piezas de sujeción de los electrodos planos demasiado grueso, pues en ese caso el diámetro de la pieza puede tener influencia en el resultado.

El campo eléctrico creado por un plano puede ser calculado mediante la ley de Gauss.

$$\text{div} \vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

En la figura 5.7 se muestra un plano cargado con una densidad de carga (σ) uniforme y positiva. Para obtener el campo eléctrico se integrará la ecuación 5.1 en un volumen. El volumen considerado es un cilindro de bases (tapas) paralelas a uno de los electrodos a una distancia x del mismo (cilindro rojo representado en la figura 5.7). Las líneas de campo siempre salen de las cargas positivas, por lo que las líneas de campo irán hacia afuera por ambas tapas del cilindro.

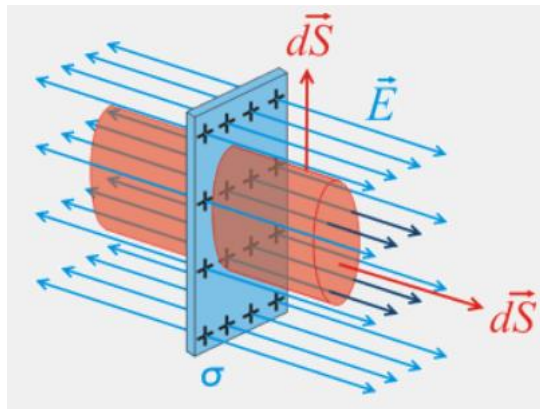


Figura 5.7: Plano cargado con una densidad de carga σ positiva.

Según el teorema de Gauss la integral de la divergencia en el volumen considerado es numéricamente igual al flujo del vector en la superficie que delimita el volumen (ecuación 5.1).

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (5.1)$$

Se aplica la ecuación 5.1 a la superficie gaussiana anteriormente elegida. Al ser el plano cargado infinito, por simetría el campo eléctrico tiene dirección perpendicular al plano, con lo que el flujo a través de la superficie lateral del cilindro es nulo y el flujo del campo eléctrico se limita al saliente por las tapas. Por lo tanto, se obtiene la siguiente expresión:

$$\Phi = \overbrace{\Phi_{\text{Sup}_{\text{lateral}}}}^0 + \Phi_{\text{Base1}} + \Phi_{\text{Base2}} = \int (\vec{E} \cdot d\vec{S})_{\text{Base1}} + \int (\vec{E} \cdot d\vec{S})_{\text{Base2}} \quad (5.2)$$

Como las dos bases del cilindro son iguales y el módulo del campo eléctrico es el mismo en todos los puntos de su superficie, la ecuación 5.2 queda:

$$\Phi = 2 \cdot \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2 \cdot E \cdot \int dS = 2 \cdot E \cdot S \quad (5.3)$$

A partir de las ecuaciones 5.1 y 5.3, se obtiene:

$$E = \frac{q}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot S} \quad (5.4)$$

Donde:

$$\sigma = \frac{q}{S} \quad (5.5)$$

Por lo tanto, el campo eléctrico viene dado por la siguiente expresión:

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \quad (5.6)$$

Nótese que el valor del campo eléctrico es siempre el mismo, independientemente de la distancia x al electrodo considerado (como se muestra en la ecuación 5.6).

Al tener dos planos cargados, uno con una densidad de carga positiva y otro con una densidad de carga negativa, para obtener el campo eléctrico resultante se debe sumar en todo punto del espacio el campo creado por ambos electrodos. En la zona exterior a los electrodos, la suma da un valor nulo, pues el campo eléctrico creado por el electrodo negativo es igual al del electrodo positivo y de sentido contrario. En la zona entre electrodos queda:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (5.7)$$

El potencial eléctrico se obtiene por integración del campo eléctrico. Como se ha mencionado anteriormente, el valor del campo eléctrico es constante, independientemente de la distancia x al electrodo considerado. Por este motivo, como se observa en la ecuación 5.8, el campo eléctrico \vec{E} puede salir de la integral.

$$\Delta u = u_x - u_0 = - \int_0^x \vec{E} \cdot \vec{dl} = -E \cdot [x - 0] = -E \cdot x \quad (5.8)$$

Con lo que:

$$u_x = u_0 - E \cdot x \quad (5.9)$$

Siendo u_x el potencial a una distancia x del electrodo.

Despejando el campo eléctrico de la ecuación 5.9 se obtiene el campo eléctrico presente en el espacio delimitado entre ambos electrodos, que vendrá determinado por la siguiente expresión:

$$E = \frac{u_0 - u_x}{x}$$

Donde x , u_0 y u_x se corresponden con d , u_+ y u_- definidas anteriormente.

Por lo tanto, sustituyendo los valores de cada uno de los parámetros, se obtiene el valor del campo eléctrico presente en el espacio delimitado entre ambos electrodos.

$$E = \frac{u_0 - u_x}{x} = \frac{100 - 0}{0,025} = 4000 \text{ (V/m)}$$

Como se puede observar, el resultado analítico del campo eléctrico concuerda con el resultado obtenido mediante la simulación en Comsol Multiphysics.

5.2 Cálculo de las curvas equipotenciales en un sistema punta-plano

En este cálculo se obtiene la distribución de las curvas equipotenciales en un sistema punta-plano mediante Comsol Multiphysics. Para ello se implementa el modelo estudiado por Mohamed S. Abou-Seada, con el objetivo de poder comparar los resultados obtenidos mediante la herramienta informática con los resultados analíticos recopilados en su artículo [23].

El modelo propuesto por M. S. Abou-Seada es el que se muestra en la figura 5.8. Como se puede observar, solamente se tienen en cuenta las dimensiones del radio de la aguja y de la separación entre la aguja y el plano.

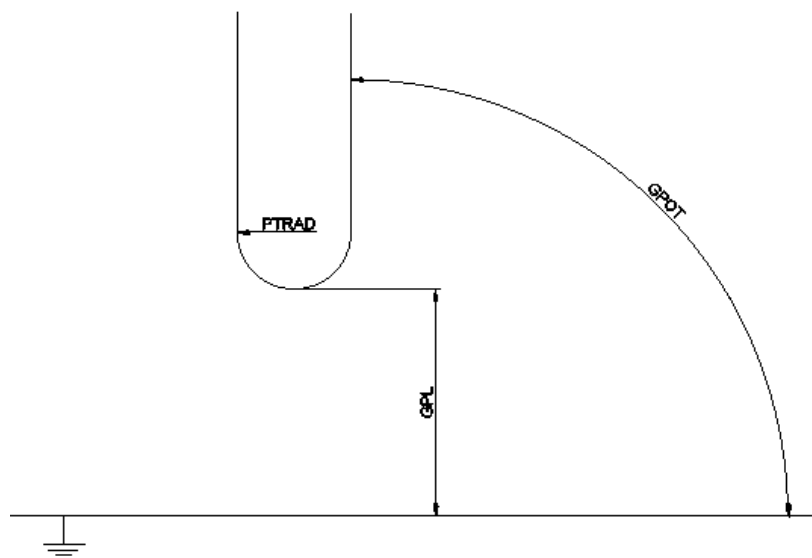


Figura 5.8: Sistema punta-plano estudiado por M. S. Abou-Seada [23].

M. S. Abou-Seada utilizó para la resolución de este problema, una distancia entre electrodos (GPL en la figura 5.8) de 180 milímetros y un radio de la aguja (PTRAD en la figura 5.8) de 1 milímetro. Por lo tanto, con objeto de comparar los resultados obtenidos, el modelo se implementa en Comsol Multiphysics con las mismas dimensiones.

En la figura 5.9 se muestra el modelo implementado mediante Comsol Multiphysics.

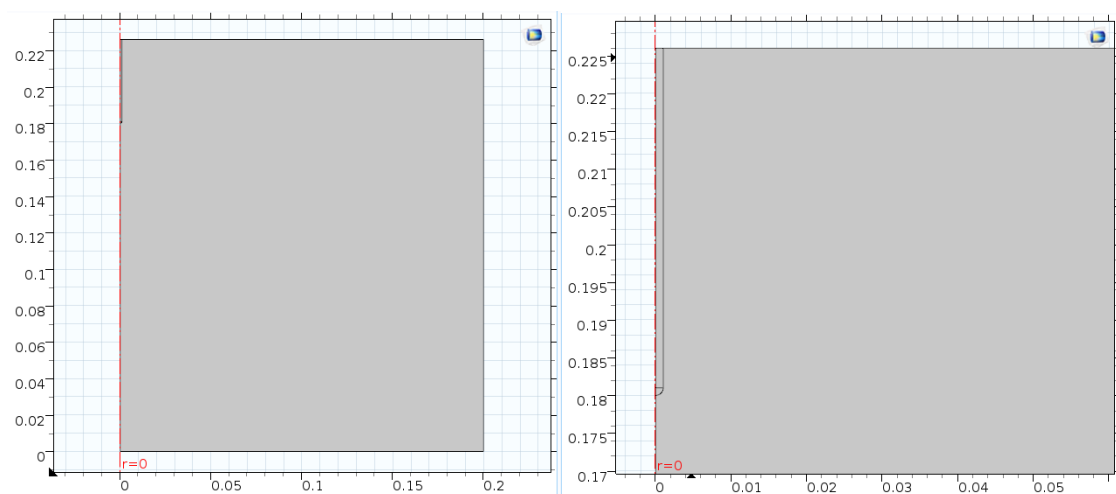


Figura 5.9: Modelo implementado mediante Comsol Multiphysics. Izq.: Visualización de la geometría completa. Dcha.: Detalle de la geometría en torno a la aguja.

Como para poder definir los materiales de cada uno de los dominios es necesario la existencia de éstos, se implementa una cuba exterior. La selección de las dimensiones de esta cuba supuso un gran problema debido a que inicialmente se construyó una cuba cuyo radio no era muy grande en relación a la distancia entre los electrodos (GPL). En este caso, se obtuvieron resultados que diferían en gran medida a los obtenidos por M. S. Abou-Seada en su estudio analítico. Después de indagar en el modelo construido, así como de buscar las posibles causas que podrían provocar la obtención de resultados erróneos, se procedió a obtener la solución empleando un radio de la cuba bastante más grande. Los resultados obtenidos en esta prueba se asemejaban en buena medida a los obtenidos por M. S. Abou-Seada. Por lo tanto, para que la cuba no influya en la distribución del potencial eléctrico del modelo, el radio de la cuba tiene que ser mucho más grande que la distancia entre electrodos.

Posteriormente, se seleccionan los materiales de cada uno de los dominios. Este estudio se ha realizado con aire a presión atmosférica como material dieléctrico entre los electrodos y con cobre como material de los electrodos.

Para obtener la gráfica de las curvas equipotenciales en p.u. (por unidad), es necesario definir la excitación del sistema en p.u.. Por lo tanto, se define el potencial eléctrico del electrodo de aguja como 1 Voltio.

En la figura 5.10 se muestran las curvas equipotenciales obtenidas mediante Comsol Multiphysics.

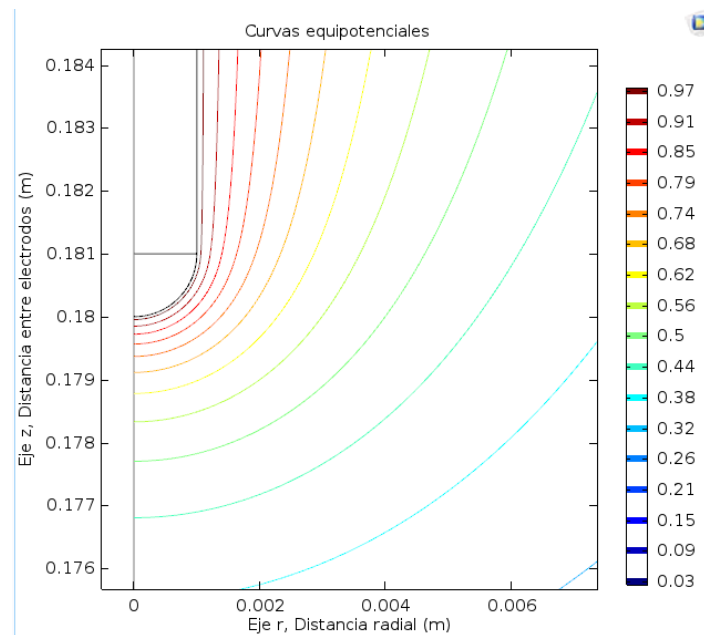


Figura 5.10: Representación gráfica de las curvas equipotenciales del modelo estudiado mediante Comsol Multiphysics.

En la figura 5.11 se observa las curvas equipotenciales obtenidas de forma analítica por M. S. Abou-Seada.

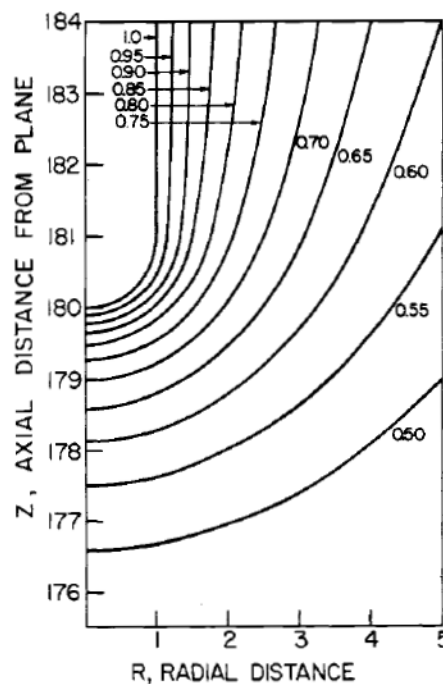


Figura 5.11: Representación gráfica de las curvas equipotenciales obtenidas por M. S. Abou-Seada [23].

Como se puede observar, las curvas equipotenciales obtenidas mediante Comsol Multiphysics (figura 5.10) concuerdan de forma muy aproximada con las obtenidas de forma analítica por M. S. Abou-Seada (figura 5.11).

5.3 Cálculo del campo y del potencial eléctrico entre electrodos punta-plano

En este estudio, se calcula la distribución del campo y del potencial eléctrico en una geometría aguja-plano y posteriormente, se comparan los resultados obtenidos con la solución obtenida por A. Kara et al. [22].

La geometría a analizar es la que se muestra en la figura 5.12. La separación entre los electrodos ("s" en la figura 5.12), inicialmente es de 50 mm. Por lo tanto, una vez conocidas todas las dimensiones que conforman el modelo, se puede construir la geometría en la herramienta informática.

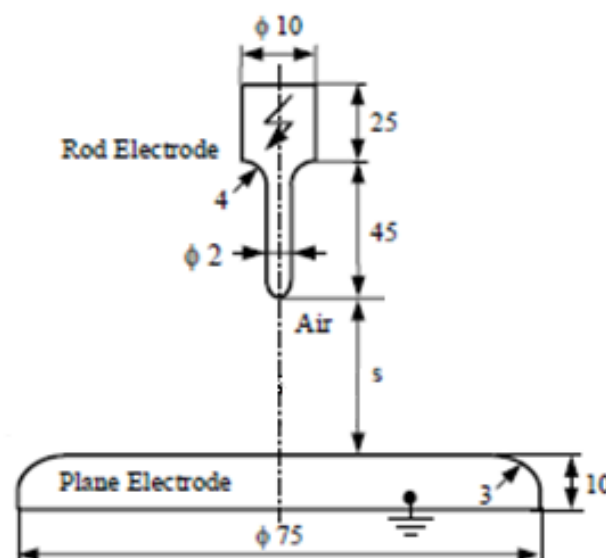


Figura 5.12: Geometría a analizar propuesta por A.Kara et al. [22].

Para la construcción del modelo se repite el mismo proceso descrito en el apartado anterior. En la figura 5.13 se muestra la geometría construida mediante Comsol Multiphysics.

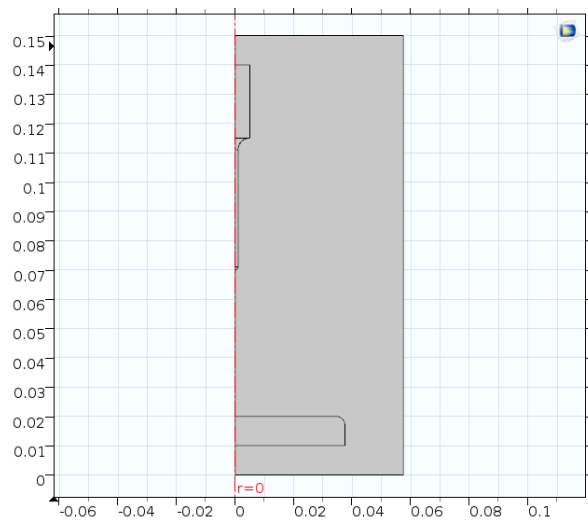


Figura 5.13: Geometría a analizar construida mediante Comsol Multiphysics.

Como A. Kara et al. solamente definieron el material dieléctrico del espacio delimitado entre los electrodos, el material de los electrodos y de la cuba se seleccionaron con toda libertad. Los electrodos se definieron como cobre y la cuba se definió como Polimetilmetacrilato (PMMA). En cambio, el espacio delimitado entre los electrodos se definió como aire, como así fue definido por A. Kara et al. [22].

En cuanto a la excitación del sistema, se excitó en p.u. (por unidad) con el objetivo de obtener los resultados en función de la tensión aplicada en el electrodo de aguja. El electrodo plano se conectó a tierra.

En la figura 5.14 se muestra la distribución del potencial eléctrico (figura de la izquierda) y la distribución del campo eléctrico (figura de la derecha).

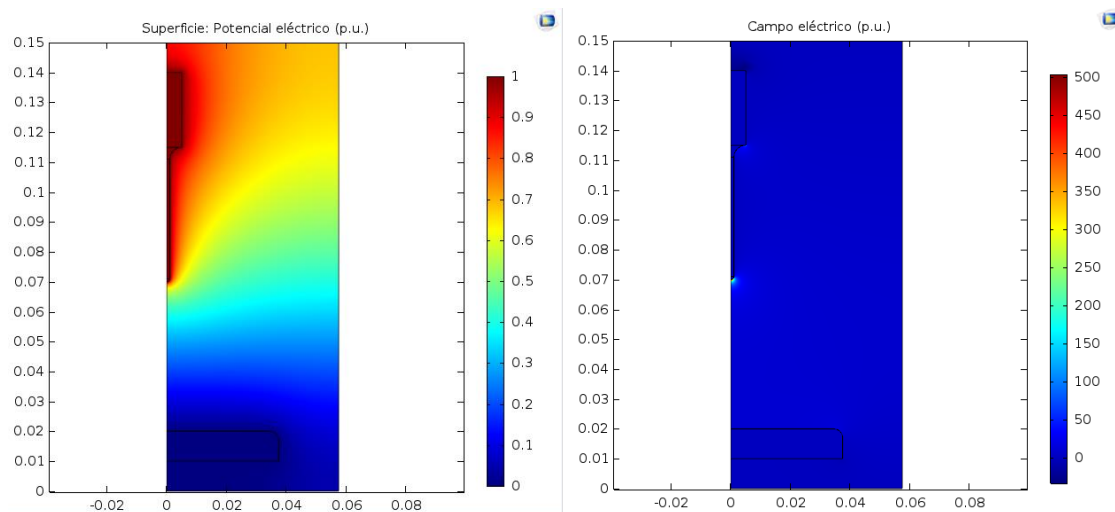


Figura 5.14: Resultados obtenidos mediante Comsol Multiphysics. Izq.: Distribución del potencial eléctrico en p.u.. Dcha.: Distribución del campo eléctrico en p.u..

Los resultados obtenidos por A. Kara et al. se muestran en la figura 5.15. Como se puede observar, los resultados obtenidos mediante Comsol Multiphysics son bastante cercanos a los obtenidos por A. Kara et al., no obstante, se pueden apreciar algunas diferencias, las cuales son debidas a una mayor necesidad de mallado en las zonas problemáticas, como pueden ser la punta de la aguja y el chaflán del electrodo plano. Un mayor mallado de las zonas problemáticas requeriría de una mayor capacidad computacional.

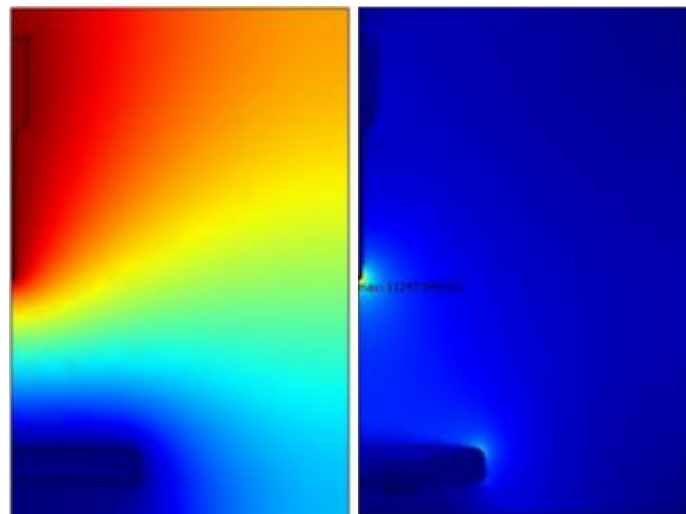


Figura 5.15: Resultados obtenidos por A. Kara et al. [22]. Izq.: Distribución del potencial eléctrico. Dcha.: Distribución del campo eléctrico.

Además, es importante analizar la gráfica lineal de la distribución de la componente z del campo eléctrico sobre el eje axial.

La figura 5.16 muestra la línea de corte, a lo largo de la cual se ha representado la componente z del campo eléctrico.

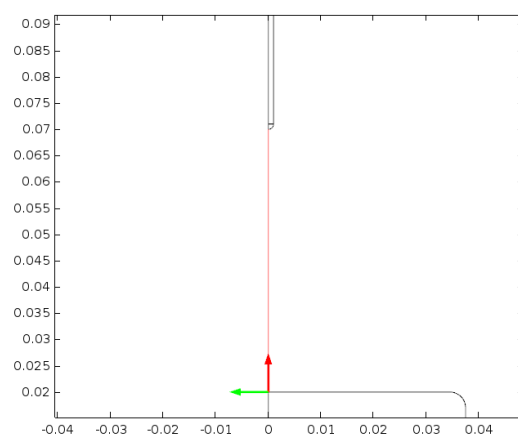


Figura 5.16: Representación del eje empleado para la obtención del gráfico lineal de la componente z del campo eléctrico.

En la figura 5.17 se puede observar la distribución de la componente z del campo eléctrico en función de la longitud de arco reverso, es decir, en función de la distancia, en metros, desde el electrodo de aguja hasta el electrodo plano.

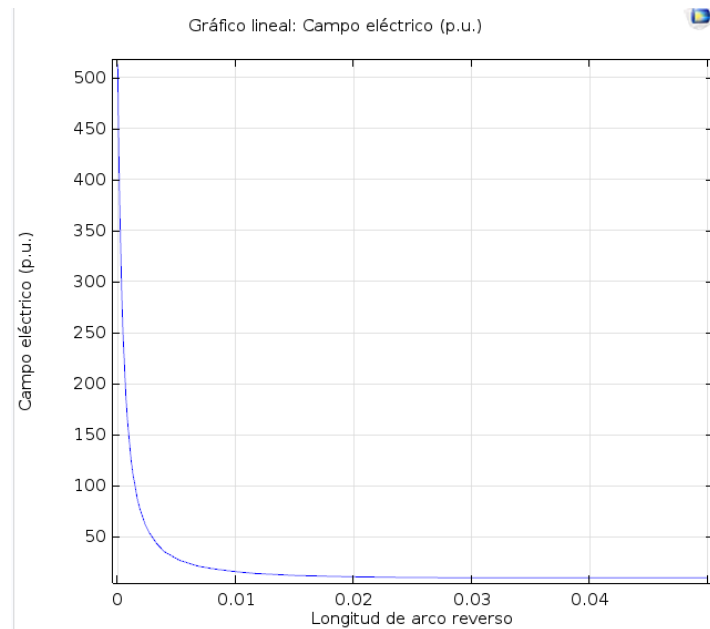


Figura 5.17: Representación lineal de la distribución de la componente z del campo eléctrico en función de la distancia entre electrodos.

Como se verá en próximos apartados, el modelo de estudio propuesto para este Trabajo de Fin de Grado presenta algunas similitudes con el modelo anteriormente estudiado. Por este motivo, la forma que presenta la representación de la componente z del campo eléctrico en el modelo a estudiar en el Trabajo de Fin de Grado tiene que guardar una cierta relación con la de este modelo. No obstante, cabe esperar algunas diferencias debido a que el modelo de estudio en este TFG presenta diferentes dimensiones en la geometría y también debido a que se trata de una geometría aguja-esfera.

6. Modelado del problema a estudiar

En este Trabajo de Fin de Grado, se analiza el modelo propuesto por Francis M. O'Sullivan [8]. A través de Comsol Multiphysics, se obtiene la distribución del campo eléctrico, así como la del potencial eléctrico en el dominio en estudio. Además, se modela en Comsol Multiphysics la formación del streamer, es decir, la formación de la estructura conductora formada por la ionización de las cargas (precursor del arco eléctrico).

6.1 Geometría a analizar

En la figura 6.1 se muestra el modelo propuesto y estudiado por O'Sullivan en su artículo [8]. Como se puede observar, se trata de un sistema con un electrodo de aguja y un electrodo en forma de esfera.

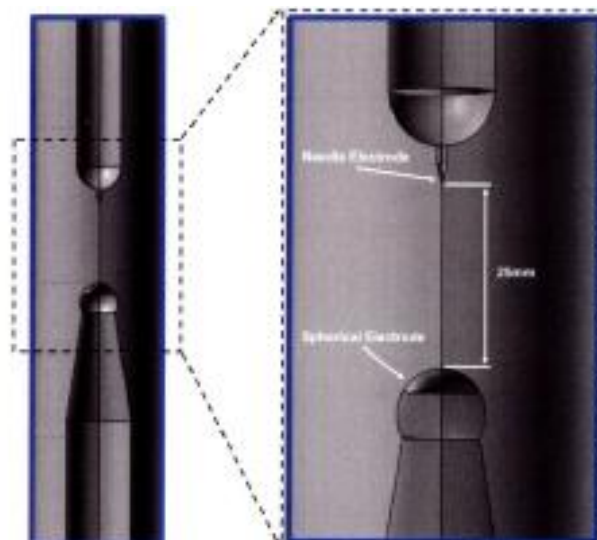


Figura 6.1: Modelo propuesto y estudiado por Francis M. O'Sullivan [8].

El modelo a estudiar mediante Comsol Multiphysics tiene las mismas dimensiones características del modelo de O'Sullivan. En la tabla 6.1 se muestran las dimensiones características definidas por O'Sullivan.

Nombre	Valor	Descripción
R_{aguja}	40 [μm]	Radio de la punta de la aguja
R_{esfera}	6,35 [mm]	Radio del electrodo de esfera
d	25 [mm]	Distancia entre electrodos

Tabla 6.1: Dimensiones características del modelo propuesto por Francis M. O'Sullivan [8].

Como se puede observar, O'Sullivan sólo ha definido las dimensiones de los radios de ambos electrodos (R_{aguja} y R_{esfera}) y la distancia entre ambos (d), debido a que el resto de dimensiones no afectan en el cálculo de la distribución del campo eléctrico ni en la obtención de la distribución del potencial eléctrico. Sin embargo, a la hora de implementar el modelo a estudiar en Comsol Multiphysics es imprescindible dotar al resto de elementos constructivos de dimensiones. Por este motivo, el resto de dimensiones han sido seleccionadas con el objetivo de guardar una relación de tamaño con las dimensiones definidas por O'Sullivan.

En un primer momento, se implementó el modelo a analizar mediante AutoCAD, debido a que Comsol Multiphysics permite la interacción con AutoCAD, es decir, se pueden importar las geometrías implementadas. Una vez realizada la geometría mediante este software de diseño, se encontraron problemas en su importación a Comsol Multiphysics. Los problemas estaban relacionados con la importación parcial del modelo implementado en AutoCAD.

En la figura 6.2 se puede observar el modelo construido mediante la herramienta informática AutoCAD. Como se puede ver, es bastante semejante al modelo estudiado por O'Sullivan.

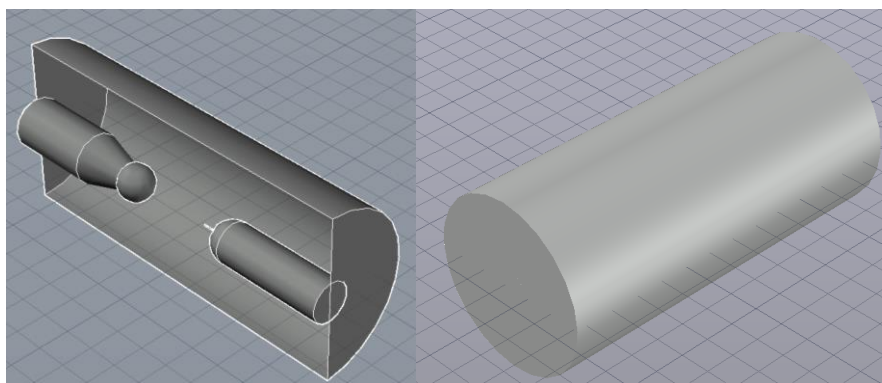


Figura 6.2: Modelo implementado mediante el software de diseño AutoCAD.

Debido a los problemas encontrados a la hora de realizar la importación a Comsol Multiphysics de la geometría implementada en AutoCAD, se tomó la decisión de construir el modelo en Comsol Multiphysics de manera directa.

La construcción de este modelo se ha realizado en una geometría 3D y en 2D axisimétrico, con el objetivo de comparar los resultados obtenidos posteriormente.

Como se ha comentado en el apartado anterior ([apartado 5](#)), para la construcción del modelo mediante Comsol Multiphysics es aconsejable la elaboración de una lista de los parámetros constructivos del modelo. En este caso, debido a que el modelo está constituido por diferentes tipos de geometrías (cilindros, conos y esferas) lo cual hace compleja su construcción, es importante la elaboración de dicha lista de parámetros.

En la figura 6.3 se muestra la lista de parámetros introducidos en Comsol Multiphysics. Debido a que O'Sullivan sólo ha definido las dimensiones especificadas anteriormente, se seleccionaron el resto de dimensiones necesarias para la construcción del modelo en la herramienta informática. Por este motivo, la lista de parámetros que aparece en la figura 6.3 es tan extensa.

▼ Parámetros			
» Nombre	Expresión	Valor	Descripción
Centro	Ht/2	0.062695 m	
r_ci1	9[mm]	0.009 m	Radio Cilindro 1
h_ci1	30[mm]	0.03 m	Altura Cilindro 1
h_co1	15[mm]	0.015 m	Altura Cono 1
r_co1	4.8[mm]	0.0048 m	Radio superior Cono 1
r_e1	6.35[mm]	0.00635 m	Radio esfera 1
r_e2	0.04[mm]	4E-5 m	Radio Cono 2 (Aguja)
h_co2	2[mm]	0.002 m	Altura Cono 2 (Aguja)
r_ci2	r_e2	4E-5 m	Radio Cilindro 2
h_ci2	2[mm]	0.002 m	Altura Cilindro 2
r_e3	7[mm]	0.007 m	Radio Esfera 2
r_ci3	r_e3	0.007 m	Radio Cilindro 3
h_ci3	40[mm]	0.04 m	Altura Cilindro 3
S	25[mm]	0.025 m	Separación entre electrodos
z_e2	h_ci1+h_co1+r_...	0.07639 m	Coordenada z Cono 1 (Aguja)
z_ci2	z_e2	0.07639 m	Coordenada Z Cilindro 2
z_e3	z_ci2+h_ci2+r_e3	0.08539 m	Coordenada Z Esfera 2
z_ci3	z_e3	0.08539 m	Coordenada Z Cilindro 3
z_e1	h_ci1+h_co1	0.045 m	Coordenada Z Esfera 1
Ht	z_ci3+h_ci3	0.12539 m	Altura total
Rc	15[mm]	0.015 m	Radio Cuba
Hc	Ht	0.12539 m	Altura Cuba
Z1_ref	h_ci3	0.04 m	Z para refinado de malla
Z2_ref	h_ci3+r_e3+h_ci...	0.081978 m	Z para refinado de malla
Z_aguja	h_ci3+r_e3+h_ci...	0.04904 m	
Z_esfera	h_ci3+r_e3+h_ci...	0.07404 m	

Figura 6.3: Lista de parámetros definida en Comsol Multiphysics.

Una vez definidas las dimensiones necesarias en la lista de parámetros, se emplean para la construcción del modelo.

Como se ha comentado anteriormente, se ha realizado la construcción del modelo en una geometría 3D y 2D axisimétrico.

Para la construcción del modelo en 3D resulta más sencillo trabajar sobre un plano xz y posteriormente someter a la geometría construida en ese plano a una revolución. En la figura 6.4 se puede observar el plano xz implementado en Comsol Multiphysics, a partir del cual se construye la geometría del modelo en estudio.

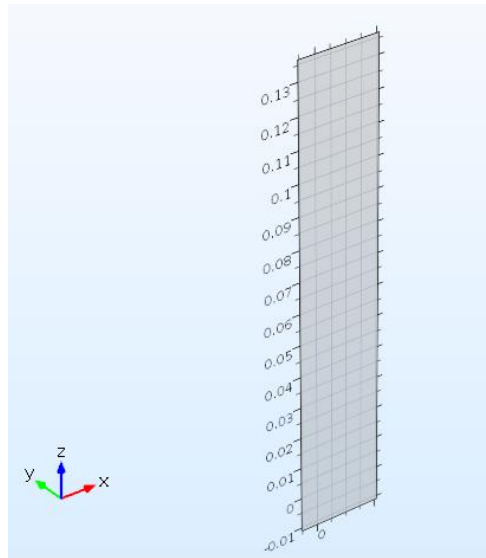


Figura 6.4: Plano de trabajo xz implementado en Comsol Multiphysics.

Posteriormente, se construyen las diferentes figuras geométricas de las que está compuesto el modelo en estudio. En la figura 6.5 se muestra el modelo construido sobre el plano de trabajo xz. Es importante mencionar que, aunque este modelo construido en el plano xz se ha implementado con el objetivo de facilitar la construcción del modelo 3D, será importado para estudiar el problema 2D axisimétrico, permitiendo así no tener que volver a construir el modelo.

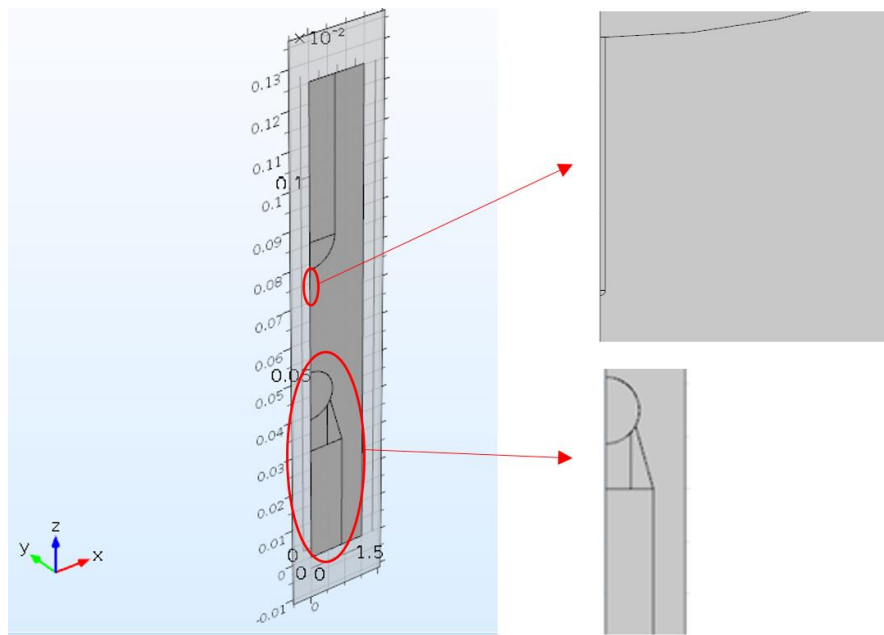


Figura 6.5: Modelo en estudio construido en el plano de trabajo xz mediante Comsol Multiphysics. En la parte superior derecha se muestra el detalle del electrodo de aguja y en la parte inferior derecha se muestra el detalle del electrodo de esfera.

Nótese la complejidad de la construcción del electrodo en forma de esfera, puesto a que la herramienta informática Comsol Multiphysics no permite construir figuras planas en forma de triángulo. Por lo tanto, el acople del cilindro de sujeción del electrodo de esfera con dicho electrodo es bastante complicado de construir. En la siguiente figura se muestra la complejidad anteriormente descrita.

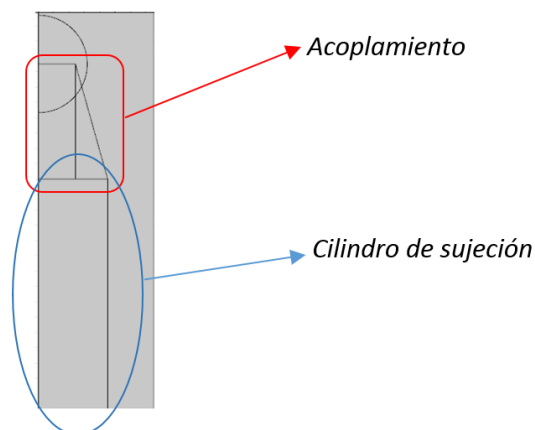


Figura 6.6: Detalle de la construcción del acoplamiento entre el cilindro de sujeción y el electrodo de esfera.

En la figura 6.7 se muestra las herramientas que Comsol Multiphysics tiene para realizar la construcción del modelo. Como se puede observar, no permite dibujar triángulos.

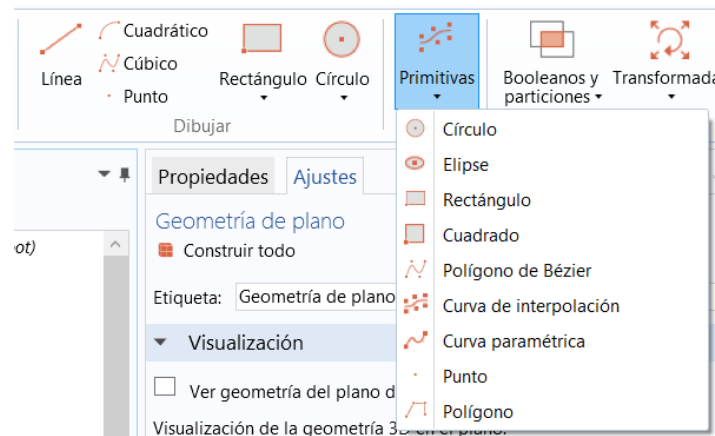


Figura 6.7: Herramientas para la construcción que ofrece Comsol Multiphysics.

Por este motivo, para poder construir el acoplamiento entre el electrodo de esfera y el cilindro de sujeción, se optó por construir un rectángulo y posteriormente se unió con el rectángulo que conforma el cilindro de sujeción (figura 6.6), empleando para ello la función “Polígono de Bézier” de Comsol Multiphysics. La función “Polígono de Bézier” permite dibujar un segmento entre diferentes puntos. Para la construcción de dicho segmento, es necesario indicar las coordenadas de los puntos que componen el segmento. En la figura 6.8 se puede observar los parámetros a cumplimentar para la construcción de un segmento entre diferentes puntos mediante la función “Polígono de Bézier”.

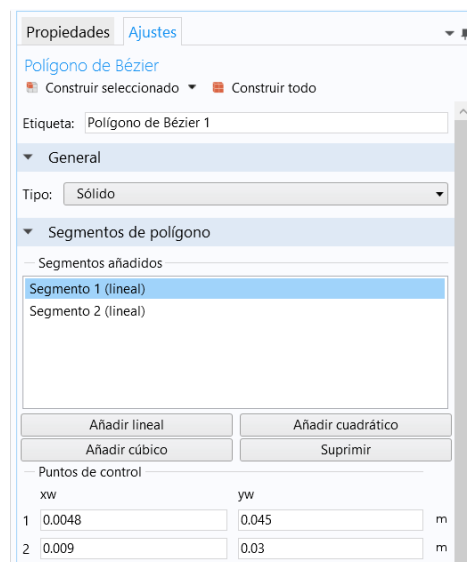


Figura 6.8: Parámetros de la función Polígono de Bézier de Comsol Multiphysics.

Una vez construido el modelo, es necesario someter a los diferentes dominios del mismo a una función booleana de unión de Comsol Multiphysics. Este paso es importante debido a que el modelo está

constituido por diferentes tipos de superficies, y éstas deben estar ensambladas entre sí correctamente.

Una vez sometidos los diferentes dominios que componen el modelo a la función booleana, el acoplamiento entre el electrodo de esfera y su cilindro de sujeción queda tal y como aparece en la figura 6.9:

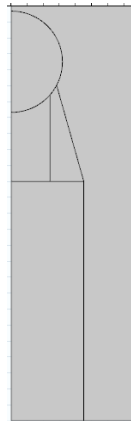


Figura 6.9: Electrodo de esfera construido mediante Comsol Multiphysics.

El siguiente paso es obtener el modelo en 3D a partir de la geometría en el plano de trabajo. Para ello se realiza una revolución alrededor del eje z del modelo. Por lo tanto, el modelo 3D queda de la siguiente forma:

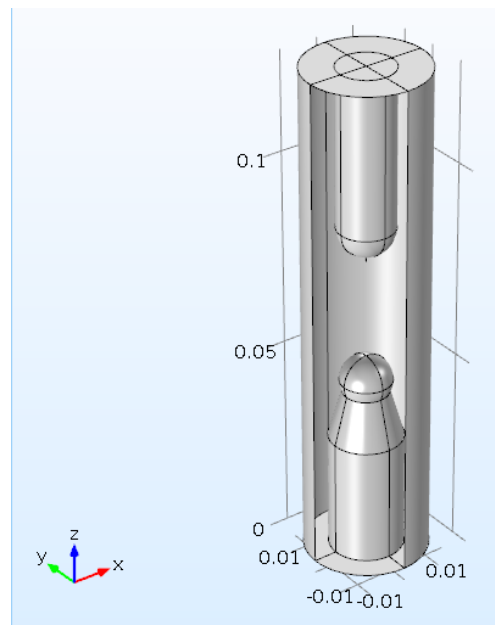


Figura 6.10: Modelo en estudio construido en dimensión espacial 3D mediante Comsol Multiphysics.

Es importante mencionar que el modelo se ha construido siguiendo la distribución de los electrodos empleada por O'Sullivan. Por este motivo, el electrodo de aguja, que será el electrodo que se excitará más adelante

para realizar el estudio, se encuentra en la parte superior, y el electrodo de esfera se encuentra en la parte inferior. Atendiendo a los ejes de coordenadas presentes en la figura 6.10, al excitar el electrodo de aguja (localizado en la parte superior del modelo) y al conectar a tierra el electrodo de esfera (localizado en la parte inferior del modelo), la distribución a lo largo del eje z del campo eléctrico será negativa como consecuencia de que irá en contra del eje z definido en Comsol Multiphysics. Por lo tanto, para evitar estar trabajando con signos negativos, que pueden llevar a error, se ha realizado una rotación del modelo 180° sobre su centro. En la figura 6.11 se muestra el modelo, una vez realizada dicha rotación. Como se puede observar, el electrodo de aguja se encuentra en la parte inferior y el electrodo de esfera se encuentra en la parte superior, de esta forma la distribución a lo largo del eje z del campo eléctrico será positiva.

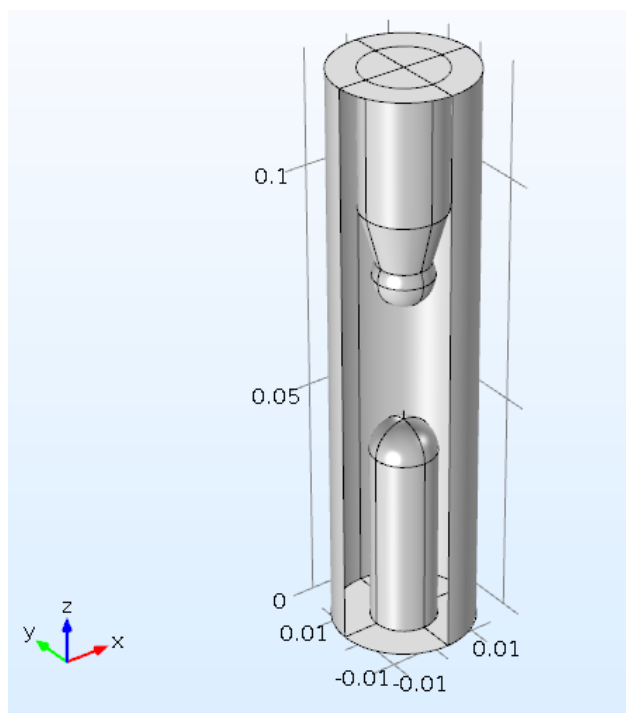


Figura 6.11: Modelo en estudio rotado 180° sobre su centro mediante Comsol Multiphysics.

El siguiente paso, es definir los materiales de cada uno de los dominios que conforman el modelo. Como se hizo en algún estudio preliminar (apartado 5) los electrodos se definieron como cobre por sus buenas propiedades eléctricas, la cuba se definió como Polimetilmetacrilato (PMMA), y por último como líquido dieléctrico entre los electrodos se empleó el aceite de transformador.

Los procesos descritos anteriormente son similares para la construcción del modelo 2D axisimétrico. Como se ha comentado anteriormente, para la construcción del modelo 2D se empleará la geometría implementada en el plano de trabajo xz para construir el modelo 3D. Mediante la importación de esa geometría, se obtiene el modelo 2D axisimétrico. En la figura 6.12 se muestra el modelo 2D axisimétrico.

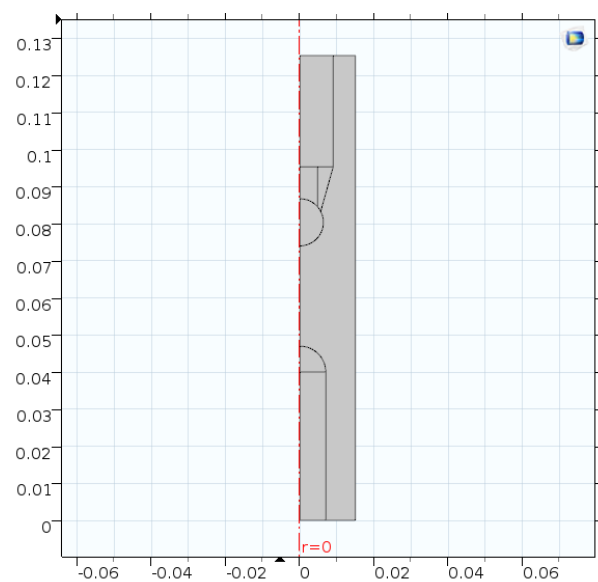


Figura 6.12: Modelo en estudio implementado en dimensión espacial 2D axisimétrico en Comsol Multiphysics.

6.2 Mallado

El siguiente paso para la obtención de la solución es el mallado de la geometría en estudio, debido a que el programa informático Comsol Multiphysics emplea el método de los elementos finitos (MEF), anteriormente descrito en el [apartado 3.2](#), para obtener una aproximación bastante buena de la solución real. Por este motivo, Comsol Multiphysics divide el dominio del modelo en estudio en diferentes elementos conectados entre sí a través de nodos, esto es conocido como discretización. Una vez obtenida la solución del problema en los nodos que definen los elementos en los que se divide el dominio, la solución en el resto de los puntos del espacio se obtiene por interpolación (habitualmente interpolación lineal).

Como consecuencia de que el modelo en estudio presenta una geometría compleja, debido a que está formada por un electrodo de aguja cuyo radio es de $40(\mu m)$ y por un electrodo en forma de esfera cuyo radio es de $6,35(mm)$, el mallado necesario para obtener la solución tendrá que

tener un tamaño inferior al tamaño de los dominios existentes, es decir, el tamaño de los elementos finitos que componen el mallado tendrá que ser inferior al radio del electrodo de la aguja en la zona del electrodo de aguja e inferior al radio de la esfera en la zona del electrodo en forma de esfera. Además, es importante que el mallado de la geometría sea progresivo, es decir, dos elementos contiguos no pueden tener dimensiones demasiado discrepantes.

Comsol Multiphysics permite realizar un mallado controlado por el usuario o realizar un mallado controlado por la física. En la figura 6.13 se puede observar las dos opciones que Comsol Multiphysics ofrece para la construcción del mallado.

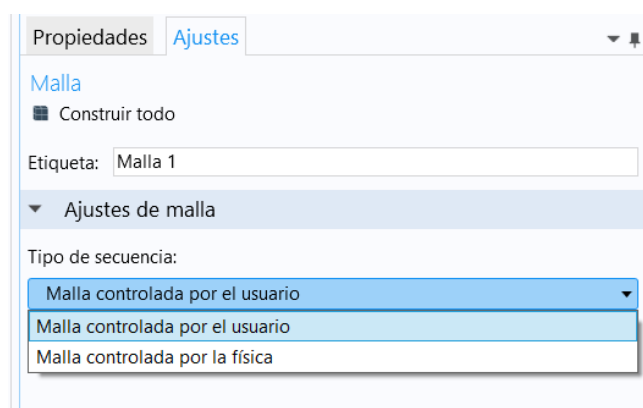


Figura 6.13: Opciones para la construcción del mallado en Comsol Multiphysics.

En el primer caso (malla controlada por el usuario en la figura 6.13), el usuario define el tamaño de la malla, la forma, así como las zonas donde quiere que el mallado sea más fino (mediante la función refinado).

En la figura 6.14 se pueden observar los diferentes parámetros personalizables por el usuario a la hora de la construcción del mallado en el modelo mediante Comsol Multiphysics. La figura de la izquierda representa los parámetros relacionados con el tamaño del mallado que el usuario puede definir, en cambio, la figura de la derecha representa un refinado, es decir, una operación de Comsol Multiphysics que permite hacer más fina la malla en las zonas que se deseen.

Como se ha comentado anteriormente, es importante que el mallado sea progresivo, por este motivo, Comsol Multiphysics permite establecer una tasa de crecimiento máxima de elemento. Mediante esta tasa se pueden ajustar las diferentes fronteras entre los distintos tipos de mallados. Cuanto más pequeña sea esta tasa, más fino será el mallado en el resto del modelo y viceversa. Por lo tanto, es conveniente seleccionar una tasa de

crecimiento óptima, la cual permita tener un mallado progresivo, pero sin mallar en exceso el resto del modelo. En este estudio se ha utilizado una tasa de crecimiento máxima de elemento de 1.15, debido a que garantiza un adecuado acoplamiento entre los distintos mallados.

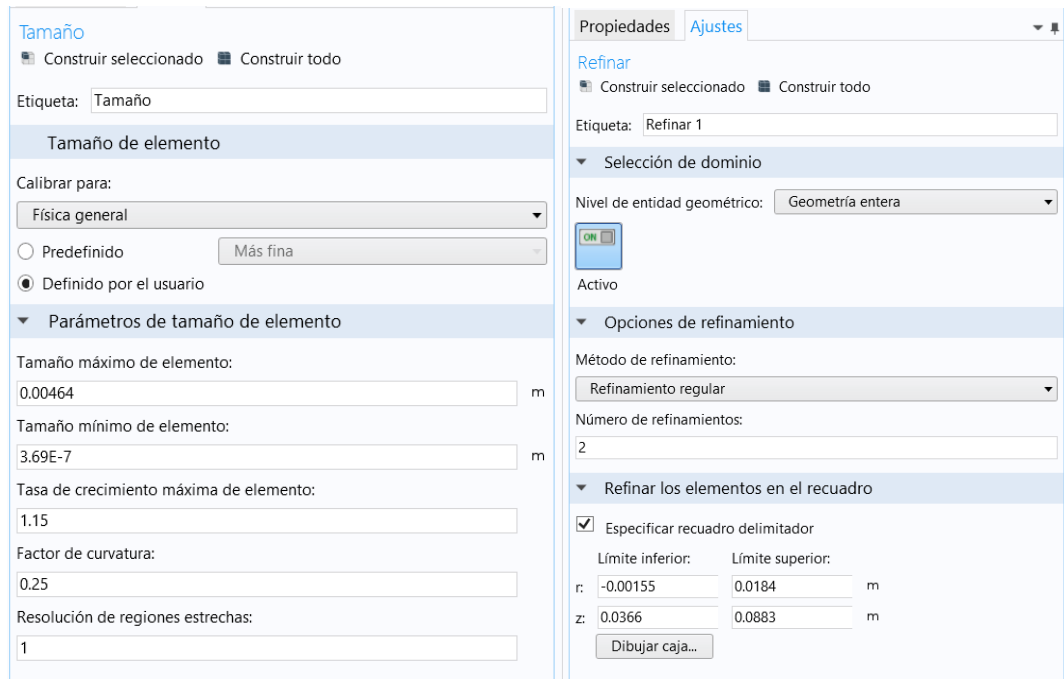


Figura 6.14: Parámetros personalizables para la construcción de la malla controlada por el usuario en Comsol Multiphysics. Izq.: Definición del tamaño del elemento, así como la tasa de crecimiento máxima de elemento. Drcha.: Definición de las zonas donde se desea construir un mallado más fino mediante la función refinado.

En cambio, en el segundo caso (malla controlada por la física en la figura 6.13), el programa informático define la forma del mallado y las zonas donde el mallado tiene que ser más fino en función de la física en estudio, y permite al usuario seleccionar el tamaño del mallado global. En la figura 6.15 se muestran los parámetros que el usuario puede modificar cuando se realiza la construcción de la malla controlada por la física.

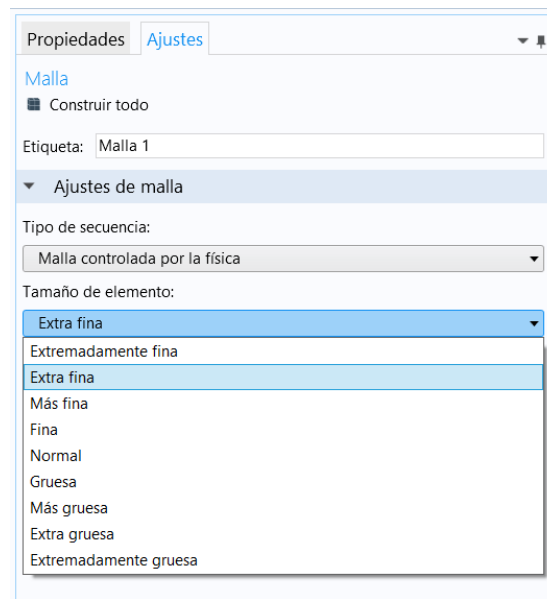


Figura 6.15: Opciones de tamaño para la construcción de la malla controlada por la física mediante Comsol Multiphysics.

En la figura 6.16 se muestra un ejemplo del resultado de la construcción de una malla controlada por el usuario (figura de la izquierda) y otro mediante la construcción de la malla controlada por la física (figura de la derecha).

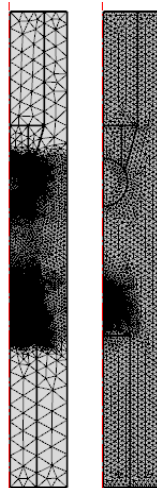


Figura 6.16: Ejemplos de la construcción del mallado mediante Comsol Multiphysics. Izq.: Malla controlada por el usuario. Drcha.: Malla controlada por la física.

Como se puede observar en la figura 6.16, cuando se construye una malla controlada por el usuario (figura de la izquierda) se puede construir una malla más gruesa y refinar aquellas zonas donde se requiera un mayor grado de discretización como la aguja o la esfera, de esta forma se minimizan las necesidades de memoria RAM y el tiempo de computación necesario para obtener la solución del problema. Sin embargo, al realizar

un mallado en función de la física (figura de la derecha) lo que se consigue es un mallado excesivo del modelo en estudio, lo cual no es recomendable puesto a que el tiempo de computación necesario para la obtención de la solución se incrementaría.

En el problema en estudio la elaboración del mallado tiene una importancia fundamental, debido a que la construcción del mallado del modelo en estudio en 3D no es trivial, es decir, no es tan simple como mallar todo el modelo con la malla propuesta por Comsol Multiphysics (construir la malla controlada por la física), puesto a que si se realiza un mallado extremadamente fino en todo el modelo se puede incurrir en un elevado tiempo de computación necesario para obtener la solución del problema, o incluso puede ocurrir que el ordenador no sea capaz de obtener la solución por falta de capacidad computacional (memoria RAM). Por este motivo, se busca una optimización del tamaño de la malla.

Además, la construcción del mallado en 2D resulta más sencillo que en 3D, debido a que, al tener una dimensión espacial menos, el número de elementos en los que Comsol Multiphysics divide el modelo (discretización) es inferior al que se precisa para construir la malla en 3D. Por este motivo, la obtención de la malla en 2D es casi trivial, es decir, por mucho que se malle el modelo siempre se obtendrá una solución. En cambio, en el caso de construir el mallado en 3D es necesario seleccionar las zonas o dominios del modelo donde es importante realizar un mallado más fino con objeto de no incurrir en un error demasiado grande, ya que no es posible realizar un mallado extremadamente fino por falta de capacidad computacional (RAM).

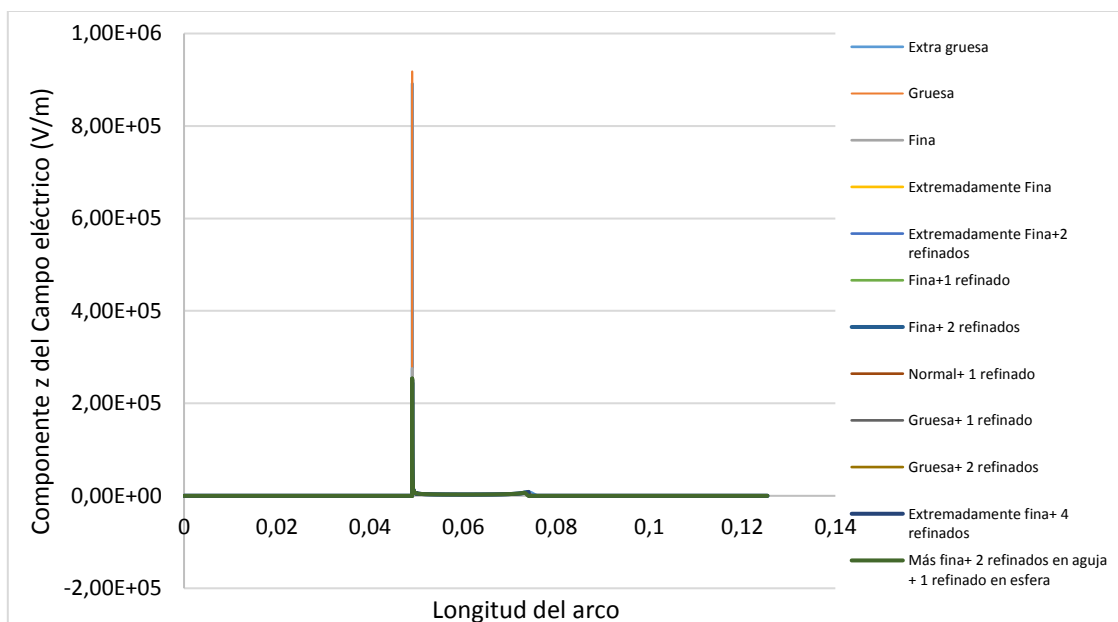
Para tener una indicación de cómo se debe hacer el mallado en 3D se ha realizado un estudio en 2D axisimétrico con el objetivo de identificar las zonas que precisan de un mallado más fino, es decir, determinar las zonas en las que un mallado escaso pueden provocar grandes errores en la solución del problema.

Este estudio consiste en realizar un mallado de referencia (mallado con el que se obtiene la solución más exacta) en 2D y posteriormente obtener la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo. Para obtener la distribución del campo eléctrico es importante definir las condiciones de contorno del sistema, en este caso se excitó el electrodo de aguja con 100 V y el electrodo de esfera se conectó a tierra. Una vez obtenida la solución para este caso, se realizan los mismos procesos con

diferentes tipos de mallado. Finalmente, se comparan los resultados obtenidos en función del tamaño mínimo de la malla seleccionada.

Como mallado de referencia, es decir, el mallado cuya solución es la más exacta, se ha utilizado el mallado extremadamente fino con cuatro refinados en la zona de la aguja, puesto a que se trata de la zona más problemática del modelo debido a que es una zona muy pequeña (del orden de μm) donde existirán grandes gradientes de potencial. Para elegir el mallado de referencia se comparó la solución de la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo para diferentes tipos de mallados y se eligió el mallado a partir del cual la solución no variaba significativamente.

Para comparar los diferentes tipos de mallados estudiados con el mallado de referencia se han calculado las áreas existentes debajo de la curva de la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo. En la gráfica 6.1 se muestra la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo para diferentes tipos de mallados, obtenida mediante la solución del problema mediante Comsol Multiphysics. Es importante saber que el primer pico obtenido en la distribución del campo eléctrico coincide con las coordenadas donde se encuentra el electrodo de aguja y el segundo pico de la distribución del campo eléctrico coincide con el electrodo de esfera.



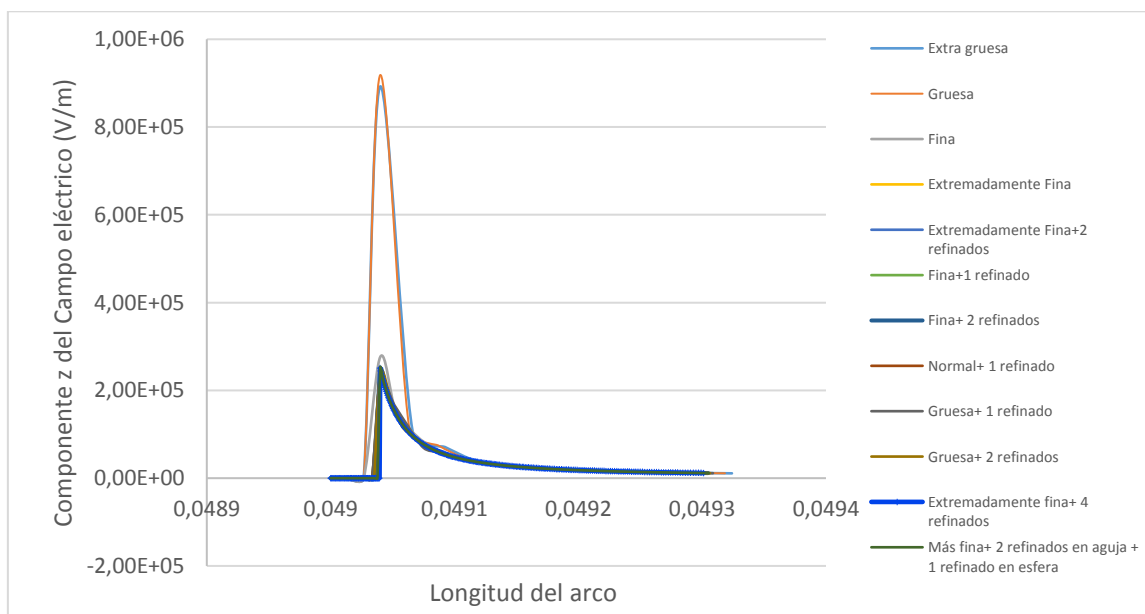
Gráfica 6.1: Distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo para diferentes tipos de mallado.

Una vez obtenida la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo en 2D, mediante la representación de la distribución tal y como

aparece en la gráfica 6.1, se identifican las zonas problemáticas donde un tamaño insuficiente de mallado puede provocar grandes errores en los resultados.

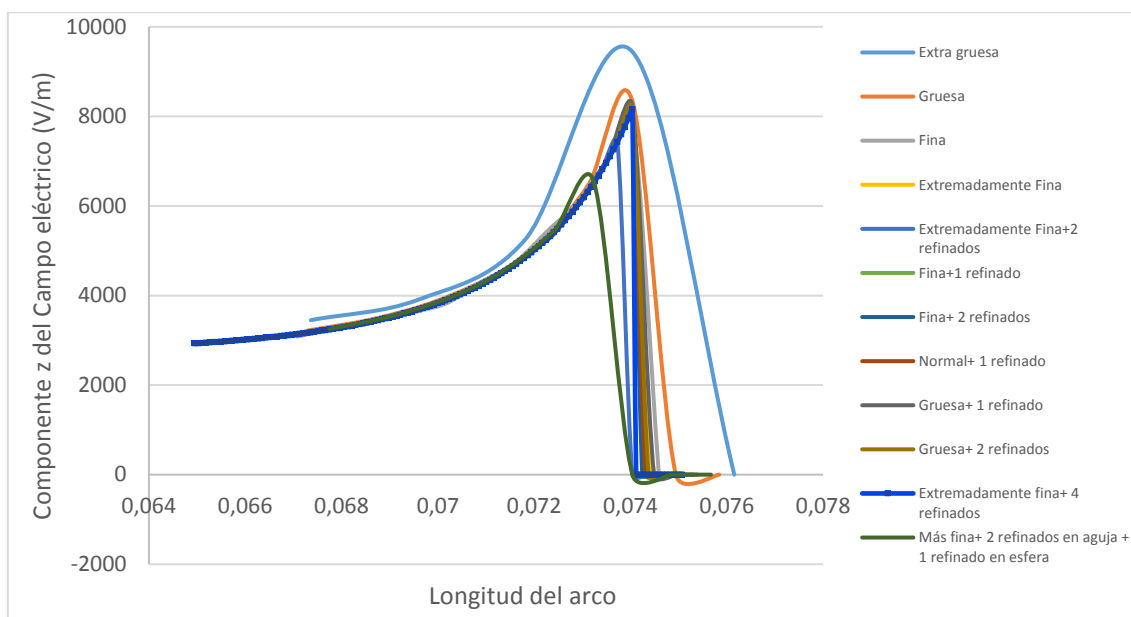
Para poder identificar las zonas problemáticas de manera satisfactoria, se realiza una representación de la distribución del campo eléctrico en la zona del electrodo de aguja (primer pico en la gráfica 6.1) y otra en la zona del electrodo de esfera (segundo pico en la gráfica 6.1), debido a que en el resto de coordenadas la distribución del campo eléctrico es igual o cercana a cero, por lo tanto, influirá muy poco en la precisión de los resultados.

En la gráfica 6.2 se muestra la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo en la zona del electrodo de aguja. La solución exacta es la solución obtenida a través del mallado denominado en la leyenda como “Extremadamente fina + 4 refinados” (Color azul en la gráfica). Como se puede observar, existen grandes diferencias en la zona del electrodo de aguja entre los diferentes tipos de mallados (cosa que era de esperar debido a que la aguja tiene un tamaño del orden de μm).



Gráfica 6.2: Distribución del campo eléctrico en la zona del electrodo de aguja.

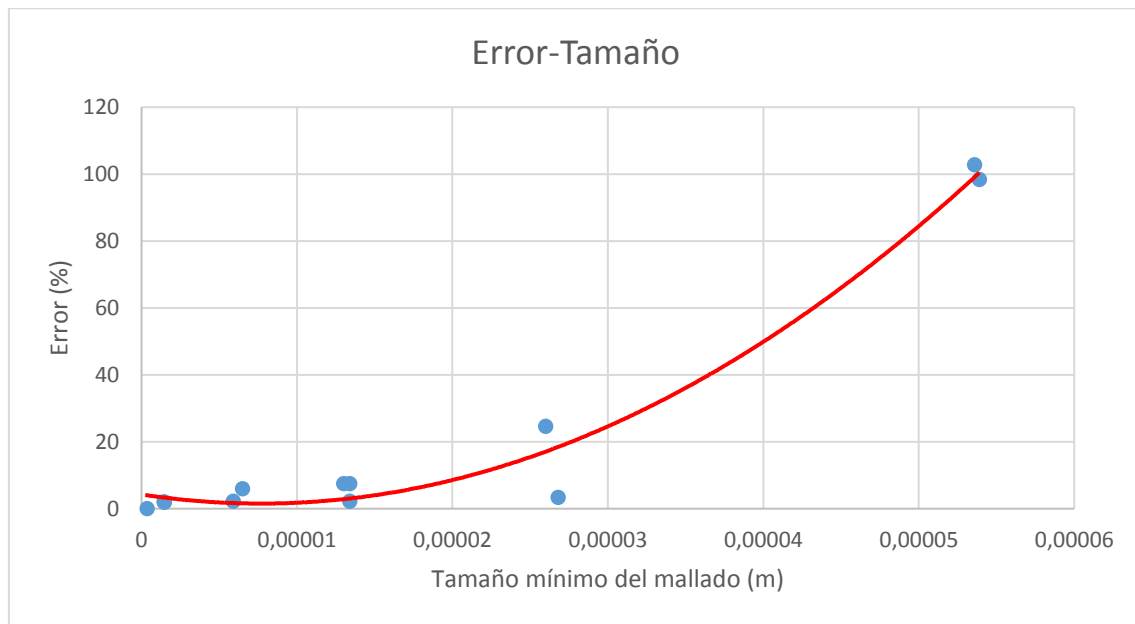
En la gráfica 6.3 se muestra la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo en la zona del electrodo de esfera. La solución exacta también está representada en color azul. En este caso, existen diferencias, pero no tan considerables como en la zona del electrodo de aguja.



Gráfica 6.3: Distribución del campo eléctrico en la zona del electrodo de esfera.

Una vez comparados los resultados obtenidos mediante los diferentes tipos de mallados, se realiza una gráfica donde se relacione el tamaño mínimo del mallado con la precisión en la solución. Como se ha comentado anteriormente, el método para calcular la precisión de la solución se basa en el cálculo de las áreas de debajo de la curva. Si se comparan las áreas totales de debajo de las gráficas de distribución del campo eléctrico de cada uno de los mallados propuestos, se obtienen unos errores poco apreciables, como consecuencia de que los errores cometidos están muy focalizados. Por este motivo, para la obtención de los errores cometidos por cada tipo de mallado se compararon las áreas debajo de la curva de distribución del campo eléctrico en cada una de las zonas problemáticas (zona del electrodo de aguja y zona del electrodo de esfera).

Como resultado a este cálculo de precisión se obtuvo la siguiente gráfica:

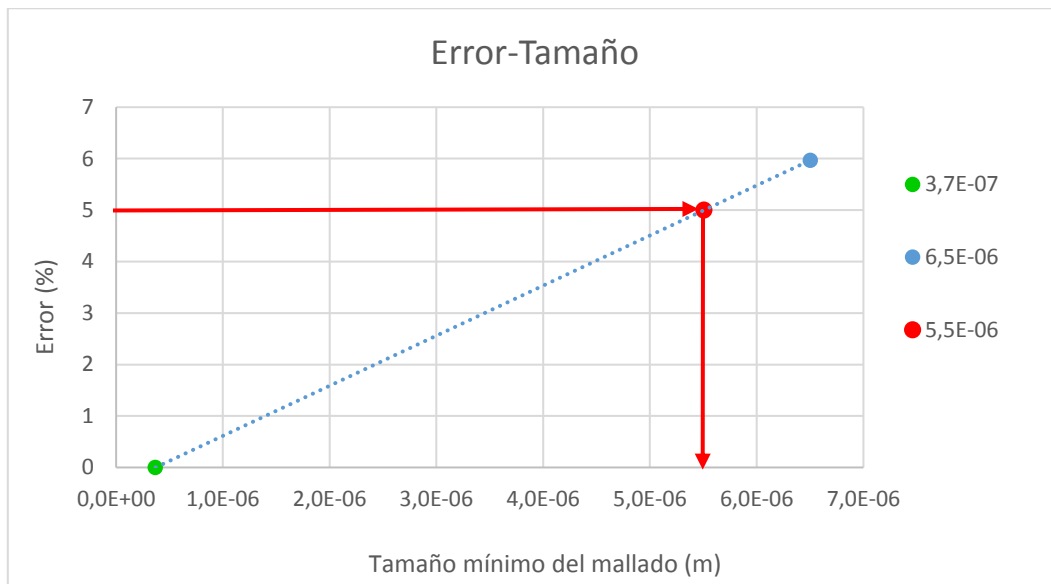


Gráfica 6.4: Representación lineal del error (%) del campo eléctrico frente al tamaño mínimo del mallado (m).

Como se puede observar en la gráfica 6.4, cuanto mayor sea el tamaño del mallado (tamaño de los elementos), mayor error se cometerá en la solución. Es decir, al obtener la solución mediante un mallado fino se comete menos error que al emplear un mallado más grueso, cosa que era previsible, ya que al construir un mallado más fino se obtienen más nodos (puntos donde se interconectan diferentes elementos) y como el MEF (Método de los Elementos Finitos) obtiene la solución de esos nodos y a través de esos valores obtiene por interpolación la solución en el resto de los puntos espaciales, la solución obtenida será más exacta.

Por lo tanto, como conclusión a este estudio se obtiene que para la construcción del mallado en 3D es necesario realizar un mallado adaptativo, es decir, se debe mallar las zonas problemáticas (zona del electrodo de aguja y del electrodo de esfera) empleando un tamaño de malla inferior con el objetivo de no incurrir en un gran error.

A la hora de construir un mallado en Comsol Multiphysics no basta con conocer el tipo de mallado, es decir, si el mallado a emplear es extremadamente fino, fino, normal con un refinado, etc. Es importante tener un valor de tamaño máximo que sirva para orientar cómo de pequeños tienen que ser los elementos en el modelo. Para este tamaño máximo de mallado se acepta un error del 5%, por lo tanto, mediante interpolación se obtuvo el tamaño máximo aceptado.



Gráfica 6.5: Tamaño del mallado correspondiente al 5% de error.

En la gráfica 6.5 se puede observar el tamaño máximo del mallado (marcado en rojo en la gráfica). La relación entre este mallado y el mallado de referencia viene determinada por la siguiente expresión:

$$r = \frac{Tamaño_{5\%}}{Tamaño_{ref}} = \frac{0,00000551}{0,000000369} \approx 15$$

Por lo que, el tamaño del mallado con el que se incurre en un error del 5%, es 15 veces más grande que el mallado cuya solución tiene un error despreciable. Esto significa, que implementando un mallado 15 veces mayor se obtiene un error de tan sólo del 5%. De esta forma, es posible reducir la capacidad computacional necesaria para obtener la solución mediante Comsol Multiphysics.

Como se ha explicado anteriormente, es importante que el mallado sea progresivo, es decir, no es conveniente realizar un mallado demasiado fino en una zona y que ésta esté en contacto con una zona que esté mallada de manera gruesa, debido a que pueden aparecer singularidades en la resolución del problema. Esto es lo que ocurrió cuando se implementó el modelo en 3D, empleando el mallado adaptativo obtenido en el estudio, se obtuvo un problema durante la ejecución del programa Comsol Multiphysics (singularidad). Para resolver este problema, se realizó un mallado más fino, pero las necesidades de memoria RAM aumentaron tanto que el ordenador no era capaz de obtener la solución al problema.

6.3 Ecuaciones

Para modelar la formación del streamer (estructura conductora formada por la ionización de las cargas) mediante Comsol Multiphysics, es necesario implementar las ecuaciones diferenciales que definen la generación y recombinación de los portadores de carga.

J. George Hwang et al. desarrollaron las ecuaciones necesarias para modelar la formación del streamer en su artículo [13]. También modelaron las ecuaciones necesarias para determinar el calentamiento del aceite (material empleado como líquido dieléctrico en el estudio) así como la ecuación de la continuidad de carga de las nano-partículas.

En este Trabajo de Fin de Grado solamente ha sido objeto de estudio la formación del streamer, por lo que no se han tenido en cuenta los términos relacionados con el calentamiento del aceite (ecuación de difusión térmica) ni los términos relacionados con las nano-partículas de las ecuaciones implementadas por Hwang et al. Esto es tanto como no considerar que se han añadido nano-partículas al aceite.

Como se ha comentado en el [apartado 3.3](#), las ecuaciones fundamentales del modelo electrodinámico son las ecuaciones de Poisson y las ecuaciones de la continuidad de carga. El modelo electrodinámico más básico para la ionización molecular dependiente del campo eléctrico, implica la ecuación de Poisson y dos ecuaciones de continuidad de carga, una para los iones positivos y otra para los electrones. Sin embargo, este modelo básico de dos portadores de carga no es representativo de lo que realmente sucede en los líquidos reales, debido a que los electrones libres tienen una vida útil finita antes de recombinarse o llegar a ser atrapados por especies neutras en el aceite (τ_a), dando lugar a la formación de iones negativos. Estos iones negativos representan un tercer portador de carga en el aceite. Por este motivo, el modelo electrodinámico completo para la ionización molecular dependiente del campo eléctrico queda compuesto por la ecuación de Poisson y tres ecuaciones de continuidad de carga, una para los iones positivos (ρ_+), otra para los iones negativos (ρ_-) y una tercera para los electrones (ρ_e).

La ecuación de Poisson vendrá dada por la siguiente expresión:

$$-\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = \rho_+ + \rho_- + \rho_e$$

Donde:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

De la ecuación de Poisson se obtiene la conclusión de que la divergencia del campo eléctrico es igual a la densidad de carga espacial total dividido por la permitividad.

La ecuación de continuidad de carga para iones positivos (ρ_+) es la siguiente:

$$\frac{\partial \rho_+}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_+ = G_I(|\vec{E}|) + \frac{\rho_+ \cdot \rho_e \cdot R_{+e}}{e} + \frac{\rho_+ \cdot \rho_- \cdot R_{+-}}{e} \quad (6.1)$$

Donde:

$$\vec{J}_+ = \rho_+ \cdot \mu_+ \cdot \vec{E} \quad (6.2)$$

Tiene en cuenta los portadores de carga que abandonan una determinada zona del espacio por efecto del campo eléctrico. El significado de G_I se indicará posteriormente.

La ecuación de continuidad de carga para iones negativos (ρ_-) es la siguiente:

$$\frac{\partial \rho_-}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_- = \frac{\rho_e}{\tau_a} - \frac{\rho_+ \cdot \rho_- \cdot R_{+-}}{e} \quad (6.3)$$

Donde:

$$\vec{J}_- = -\rho_- \cdot \mu_- \cdot \vec{E} \quad (6.4)$$

Por último, la ecuación de continuidad de carga para electrones (ρ_e) es la siguiente:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_e = -G_I(|\vec{E}|) + \frac{\rho_+ \cdot \rho_e \cdot R_{+e}}{e} + \frac{\rho_e}{\tau_a} \quad (6.5)$$

Donde:

$$\vec{J}_e = -\rho_e \cdot \mu_e \cdot \vec{E} \quad (6.6)$$

Las ecuaciones de continuidad de carga anteriormente definidas, representan el comportamiento de cada una de las partículas (iones positivos, negativos y electrones).

Para comprobar que los signos de las ecuaciones de continuidad son correctos, la suma de las tres ecuaciones (6.1, 6.3 y 6.5) debe ser igual a cero.

Los parámetros μ_+ , μ_- y μ_e son las movilidades de los iones positivos, negativos y electrones respectivamente. Los valores empleados para la implementación en Comsol Multiphysics son los siguientes [13]:

$$\mu_+ = \mu_- = 10^{-9} [m^2/V \cdot s]$$

$$\mu_e = 10^{-4} [m^2/V \cdot s]$$

El término $G_I(\vec{E})$, presente en las ecuaciones de carga para iones positivos y para electrones, representa el término fuente de la ionización molecular dependiente del campo eléctrico.

$$G_I(|\vec{E}|) = \frac{e^2 \cdot n_0 \cdot a \cdot |\vec{E}|}{h} \cdot \exp\left(-\frac{\pi^2 \cdot m^* \cdot a \cdot \Delta^2}{e \cdot h^2 \cdot |\vec{E}|}\right) \quad (6.7)$$

Donde a es la distancia de separación molecular, h es la constante de Planck, m^* es la masa efectiva del electrón, n_0 es la densidad de especies ionizables y Δ es el potencial de ionización.

La gran dificultad de implementar este término es que al tratarse de aceite de transformador (material empleado como líquido dieléctrico) los diferentes parámetros que lo componen no son conocidos. Esto no sucede en materiales sólidos, donde sí son conocidos. Por eso, al utilizar el término de fuente de ionización se define un conjunto más general de parámetros cuyos valores se seleccionan en base a pruebas experimentales y suposiciones razonables acerca de las características del líquido en estudio [13].

Por este motivo, los dos parámetros generales que son usados para englobar el resto de parámetros desconocidos son los siguientes:

$$\alpha_1 = \frac{e^2 \cdot n_0 \cdot a}{h} \quad E_1 = \frac{\pi^2 \cdot m^* \cdot a \cdot \Delta^2}{e \cdot h^2}$$

Y con ello el término $G_I(\vec{E})$ queda de la siguiente forma:

$$G_I(|\vec{E}|) = \alpha_1 \cdot |\vec{E}| \cdot \exp\left(-\frac{E_1}{|\vec{E}|}\right) \quad (6.8)$$

Los términos R_{+e} , R_{+-} son los coeficientes de recombinación ion-ion e ion-electrón. Los cuales pueden ser expresados de la siguiente forma [13]:

$$R_{+-} = R_{+e} = \frac{e \cdot (\mu_+ + \mu_-)}{\epsilon} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (2 \cdot 10^{-9})}{2,2 \epsilon_0} = 1,64 \cdot 10^{-17} [m^3/s]$$

En la tabla 6.2 se muestran los valores de los diferentes parámetros que intervienen en las ecuaciones fundamentales del modelo electrodinámico.

Parámetro	Descripción	Valor
n_0	Densidad de especies ionizables	$1 \cdot 10^{23} [m^{-3}]$
a	Distancia de separación molecular	$3 \cdot 10^{-10} [m]$
m^*	Masa efectiva del electrón	$0,1 \cdot m_e = 9,1 \cdot 10^{-32} [kg]$
e	Carga eléctrica del electrón	$1,602 \cdot 10^{-19} [C]$
Δ	Potencial de ionización	$7,1 [eV]$
τ_a	Constante de tiempo de vida de un electrón libre	$200 \cdot 10^{-9} [s]$
h	Constante de Planck	$6,63 \cdot 10^{-34} \left[\frac{m^2 \cdot kg}{s} \right]$

Tabla 6.2: Valores de los diferentes parámetros que intervienen en las ecuaciones para modelar la formación del streamer [13].

7. Resultados

Como se ha comentado en el apartado anterior ([apartado 6](#)), el objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es obtener la distribución del potencial y del campo eléctrico en la geometría descrita en dicho apartado.

Con el objetivo de conseguir unos resultados coherentes, se ha obtenido inicialmente la distribución del potencial eléctrico y del campo eléctrico de manera estacionaria, es decir, con una excitación constante.

Una vez comprobados los resultados, se ha realizado un estudio temporal, con el objetivo de poder observar las variaciones del campo y del potencial eléctrico en función del tiempo. Además, se ha modelado la formación del streamer mediante la implementación de las ecuaciones diferenciales descritas en el apartado anterior ([apartado 6.3](#)).

7.1 Estudio estacionario

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos en el estudio estacionario, es decir, la distribución del campo eléctrico y del potencial eléctrico para una excitación del sistema constante.

Una vez construido el modelo, tal y como se ha descrito en el apartado anterior, para poder obtener la solución al problema es importante definir la física. Como el objetivo de este estudio es obtener la distribución del potencial eléctrico y del campo eléctrico, la física a seleccionar en Comsol Multiphysics es “Electroestática”.

El siguiente paso imprescindible para obtener la solución al problema, es definir la excitación del sistema. En este estudio se excitó el electrodo de aguja a 100 V y el electrodo de esfera se conectó a tierra.

Posteriormente, es importante realizar el mallado del modelo. De acuerdo al estudio del mallado descrito en el apartado anterior, es importante que las zonas del electrodo de aguja y del electrodo de esfera queden malladas de manera muy fina. Aunque se hizo un estudio 3D del problema, se optó por realizar el estudio en 2D debido a que al tener una dimensión espacial menos que en 3D, el número de elementos es inferior y la capacidad computacional (RAM) es inferior, por lo que permite obtener una solución más exacta, ya que se puede realizar un mallado más fino. Debido a la importancia de la progresividad del mallado, se ha empleado una tasa de

crecimiento máxima de elemento bastante baja, con el objetivo de evitar la aparición de puntos singulares (son típicamente problemas debidos a una necesidad de mallado más fino).

En la figura 7.1 se muestran los parámetros característicos del mallado empleado en la obtención de la solución en este estudio.

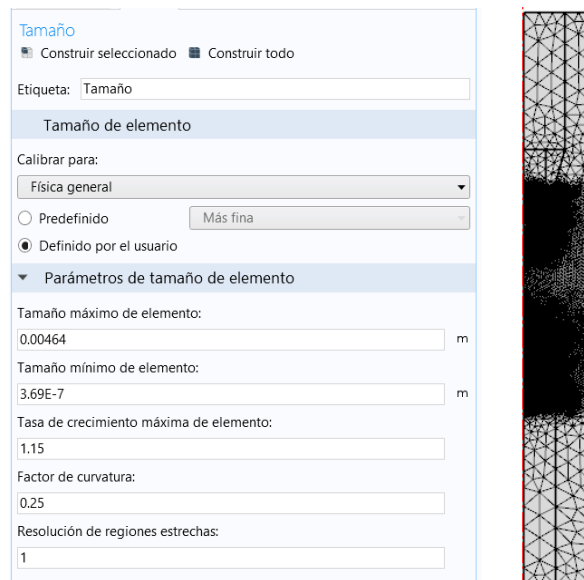


Figura 7.1: Mallado empleado para obtener la solución al problema. Izq.: Parámetros característicos del mallado empleado. Drcha.: Representación en 2D del mallado empleado.

Como se puede observar en la figura 7.1, la tasa de crecimiento máximo de elemento utilizada es de 1.15. En este caso, el tamaño mínimo de elemento coincide con el del mallado de referencia empleado en el estudio del mallado explicado en el apartado anterior.

Aunque al observar la figura 7.1 puede parecer que la progresividad del mallado no se cumple, se trata de un efecto óptico, debido a que al ampliar en alguna zona del modelo se puede observar la progresividad del mallado, es decir, cómo disminuye de manera gradual el tamaño de la malla a medida que se acerca a las zonas problemáticas, como son la zona del electrodo de aguja y la del electrodo de esfera.

Con el objetivo de mostrar esa progresión del mallado, se ha realizado una ampliación en la zona del electrodo de aguja (zona dónde se encuentra el tamaño de mallado más pequeño). En la figura 7.2 se muestra el crecimiento gradual del mallado en la zona próxima al electrodo de aguja. En dicha figura el electrodo de aguja se encuentra en la zona dónde el mallado es más fino.

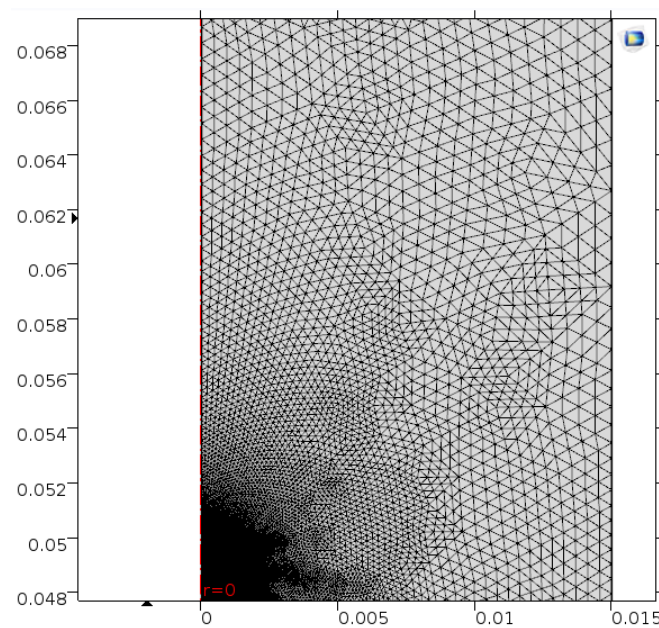


Figura 7.2: Detalle de la progresividad del mallado empleado en la zona del electrodo de aguja.

Se puede observar que el tamaño de la malla crece de manera gradual, lo cual es bastante importante para evitar que aparezcan problemas cuando se ejecuta el programa para obtener la solución al problema.

Una vez construido el mallado, se puede obtener la solución estacionaria del problema.

En la figura 7.3 se puede observar la distribución del potencial eléctrico en toda la superficie del modelo en estudio.

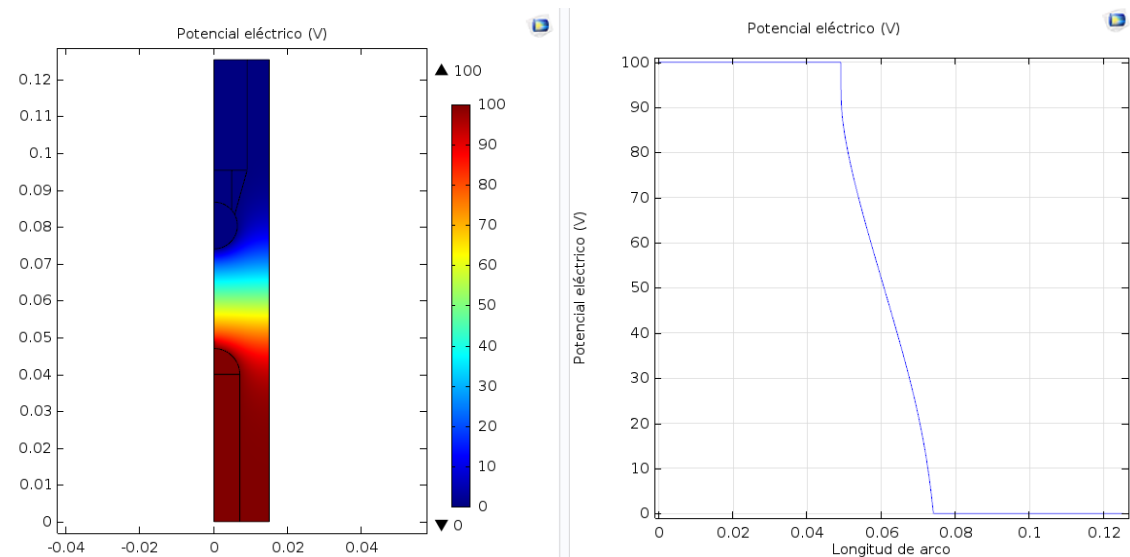


Figura 7.3: Distribución del potencial eléctrico obtenida mediante Comsol Multiphysics. Izq.: Representación del potencial eléctrico en toda la superficie del modelo. Drcha.: Representación lineal del potencial eléctrico a lo largo del eje z del modelo.

Como se puede observar, el potencial eléctrico en el electrodo de aguja es 100 V y en el electrodo de esfera es 0 V (como se ha definido anteriormente).

Además, se han obtenido las líneas equipotenciales en la superficie entre el electrodo de aguja y el electrodo de esfera. La figura 7.4 muestra dichas curvas equipotenciales.

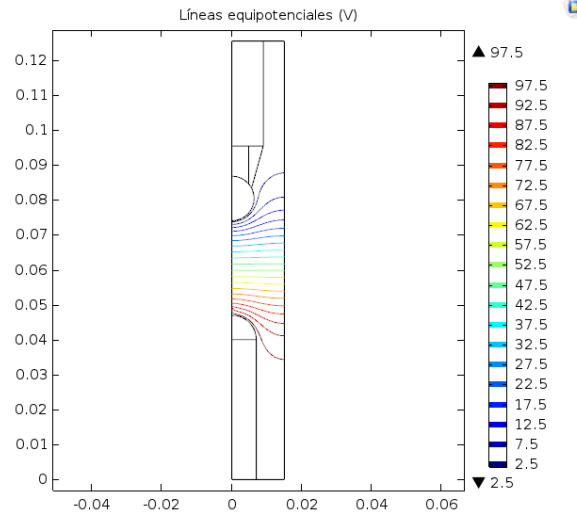


Figura 7.4: Representación de las líneas equipotenciales obtenida mediante Comsol Multiphysics.

En la figura 7.5 se puede observar la distribución del campo eléctrico en toda la superficie del modelo. Como se puede observar, el campo eléctrico máximo obtenido a 100 V, se encuentra en la zona del electrodo de aguja.

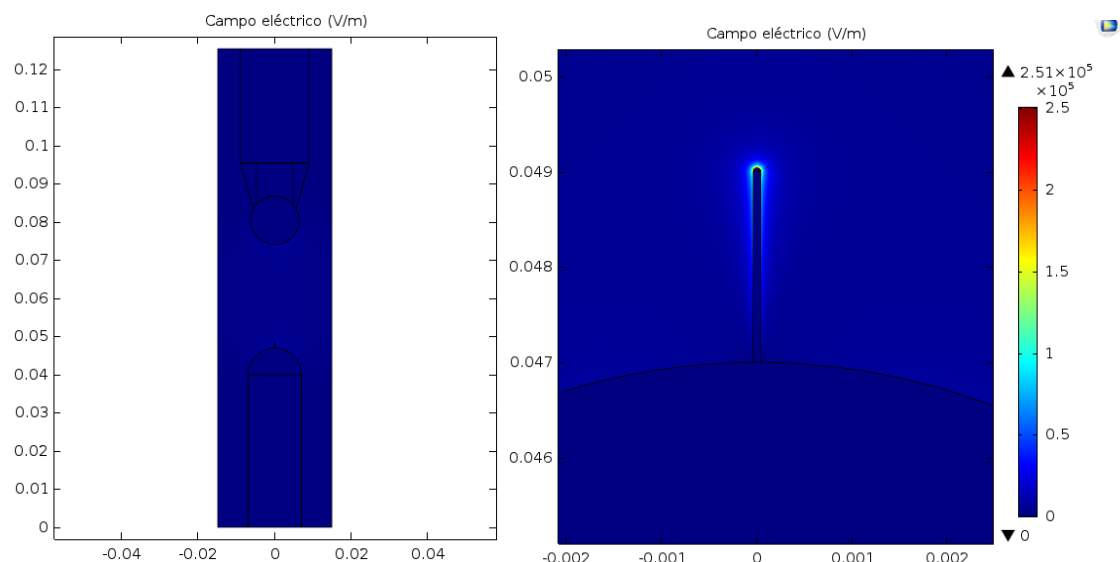


Figura 7.5: Representación de la distribución del campo eléctrico en toda la superficie del modelo, obtenida mediante Comsol Multiphysics.

Como en la figura anterior casi no se puede apreciar la distribución del campo eléctrico en el electrodo de aguja, se ha realizado un zoom para mostrar dicha distribución.

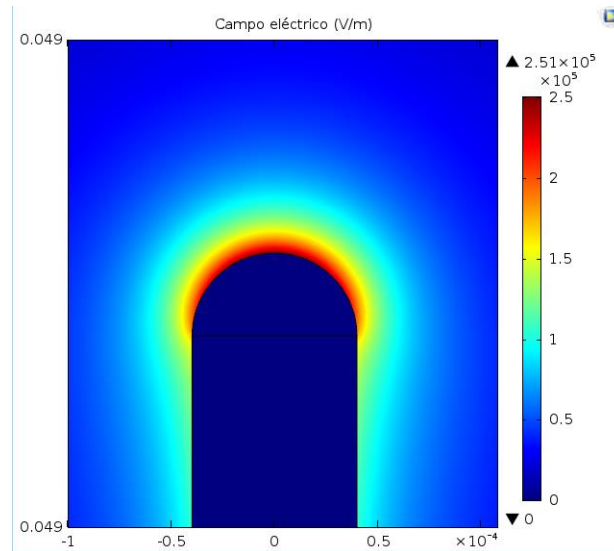


Figura 7.6: Distribución del campo eléctrico en las zonas próximas al electrodo de aguja.

En la escala aparecen los valores máximos y mínimos alcanzados. Se puede observar que el valor máximo alcanzado del campo eléctrico es del orden de 10^5 (V/m).

A continuación, se muestra la representación lineal de la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z.

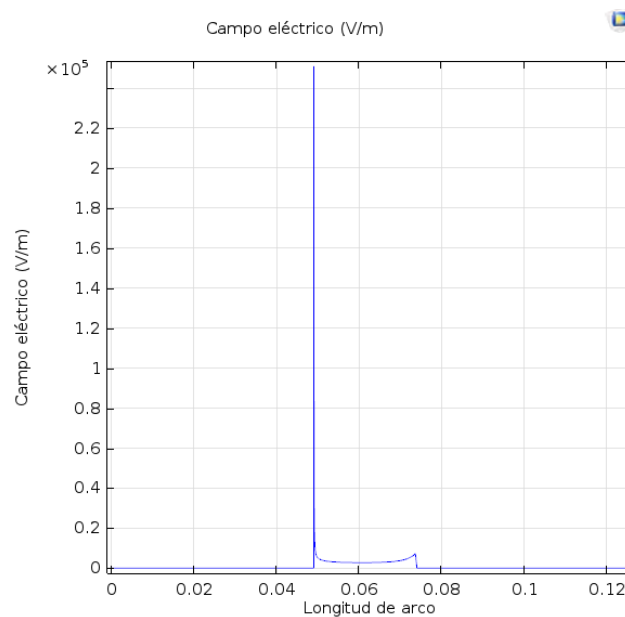


Figura 7.7: Representación lineal de la distribución del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo, obtenida mediante Comsol Multiphysics.

Como se ha comentado en el [apartado 5.3](#), los resultados obtenidos en el estudio de A. Kara [22] están muy relacionados con los obtenidos en este estudio. Como se puede observar, la distribución del campo eléctrico obtenida presenta grandes similitudes con la obtenida en el estudio de Kara. Ambos modelos están constituidos por un electrodo en forma de aguja, aunque de diferente radio. Por este motivo, la distribución del campo eléctrico en las zonas próximas al electrodo de aguja (primer pico) son muy semejantes a excepción de la magnitud como consecuencia de que tienen una aguja de diferente radio, diferente excitación del sistema (el modelo de Kara está excitado en p.u. y el modelo de este TFG está excitado con 100 V) y distinta separación entre electrodos. En cambio, como el modelo en estudio de este Trabajo de Fin de Grado presenta un electrodo de esfera, y el modelo estudiado por A. Kara está constituido por un electrodo plano, la distribución del campo eléctrico en la zona del electrodo de esfera no será semejante a la distribución obtenida en el estudio de Kara, debido a que se trata de diferentes tipos de electrodos.

La aparición de la distribución del campo eléctrico en el electrodo de esfera, se puede justificar calculando el campo eléctrico entre dos esferas de diferente radio.

Sean dos esferas de diferente radio (R_1, R_2) y cargadas con diferente polaridad ($+Q_1, -Q_2$), el campo eléctrico entre las esferas viene determinado por la siguiente expresión:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2$$

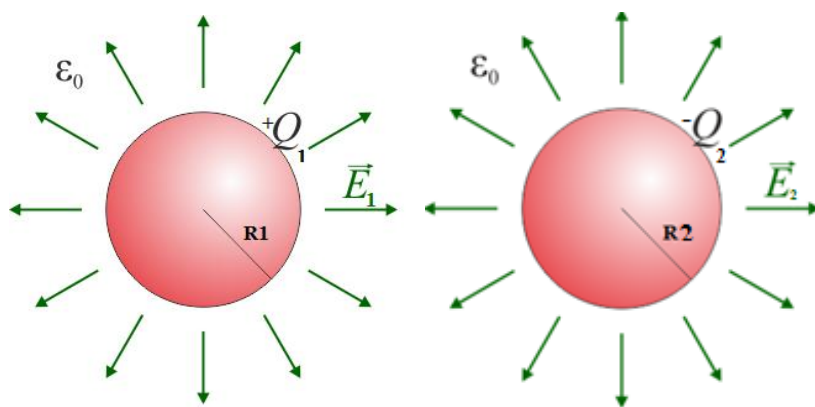


Figura 7.8: Distribución del campo eléctrico entre dos esferas de diferente polaridad.

Donde \vec{E}_1 es el campo eléctrico creado por la esfera cargada positivamente y \vec{E}_2 es el campo eléctrico creado por esfera cargada negativamente.

El campo eléctrico de una esfera se puede calcular de la siguiente forma:

$$\iiint \operatorname{div} \vec{E} \cdot dv = \iiint \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot dv = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

El campo eléctrico creado por una esfera viene determinado por la siguiente expresión:

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

Por lo que, el campo eléctrico en la línea de unión de las dos esferas quedará de la siguiente forma:

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_1 - \vec{E}_2| = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \varepsilon_0} - \frac{-Q_2}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot \varepsilon_0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right) = k \cdot \left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right)$$

Aplicando la expresión anterior al modelo en estudio, se puede demostrar en qué zona aparecerá una distribución de campo eléctrico mayor.

Para calcular el campo eléctrico en la superficie del electrodo de aguja, r_1 es el radio de la esfera del electrodo de aguja ($40 \mu m$) y r_2 es la suma del radio del electrodo de esfera ($6,35 mm$) y de la distancia entre los electrodos ($25 mm$). El campo eléctrico en la superficie del electrodo de esfera viene determinado por la siguiente expresión:

$$E_{aguja} = k \cdot \left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right) = k \cdot \left(\frac{Q_1}{(40 \cdot 10^{-6})^2} + \frac{Q_2}{((6,35 + 25) \cdot 10^{-3})^2} \right)$$

En cambio, para calcular el campo eléctrico en la superficie del electrodo de esfera, r_1 es el radio de la esfera del electrodo de aguja más la distancia entre los electrodos y r_2 es el radio del electrodo de esfera. Dicho campo eléctrico viene definido por la siguiente expresión:

$$E_{esfera} = k \cdot \left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right) = k \cdot \left(\frac{Q_1}{(40 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-3})^2} + \frac{Q_2}{(6,35 \cdot 10^{-3})^2} \right)$$

Por lo que:

$$E_{aguja} \gg E_{esfera}$$

En realidad, el estudio realizado es una mera aproximación al problema estudiado en este TFG, ya que en el problema en estudio el electrodo en aguja y el electrodo en esfera tienen unos acoplamientos que se encuentran a un determinado potencial eléctrico y sus dimensiones no son despreciables frente a las dimensiones de las esferas.

7.2 Estudio temporal

En este apartado se estudiará la distribución del campo eléctrico y del potencial eléctrico en función del tiempo, así como la formación del streamer mediante su modelado en Comsol Multiphysics. Este estudio se ha realizado en 2D, ya que permite realizar un mallado más fino y obtener así una solución más exacta que en 3D. Por esta razón, en este apartado sólo se mostrarán los resultados obtenidos en 2D. No obstante, también se realizó este estudio en 3D con el objetivo de comparar los resultados posteriormente.

Para poder realizar este estudio, se ha modificado la geometría respecto de la utilizada en el estudio anterior (estudio estacionario), porque con la geometría precedente se obtenía una singularidad durante la ejecución del programa, posiblemente debida a la necesidad de un mallado más fino. Por este motivo, con el objetivo de conseguir una solución cercana a la del modelo original, se modificó el radio de la aguja. El radio de la aguja empleado en este apartado es 10 veces mayor que el radio de la aguja del modelo anterior ($R_{\text{aguja}}' = 400 \mu\text{m}$). Por lo tanto, el modelo tiene la siguiente forma:

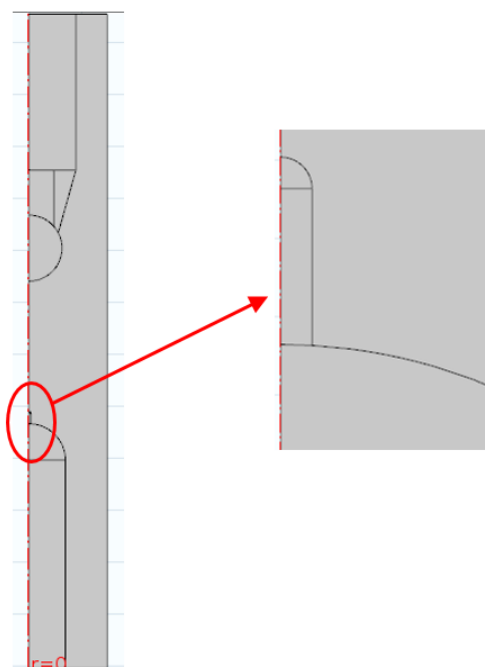


Figura 7.9: Modelo empleado para estudiar la formación del streamer mediante Comsol Multiphysics. Drcha.: Detalle del electrodo de aguja.

Como se ha comentado en el [apartado 4](#), Comsol Multiphysics permite estudiar diferentes tipos de físicas de manera simultánea (multifísica). Para estudiar el avance del streamer es necesario modelarlo mediante la implementación de las ecuaciones diferenciales descritas en el [apartado 6.3](#). Por este motivo, es imprescindible añadir la física de matemática. Comsol Multiphysics dentro de la física de matemática, tiene diferentes módulos. En la figura 7.10 se muestran los diferentes módulos que Comsol Multiphysics ofrece dentro de la física de matemática.

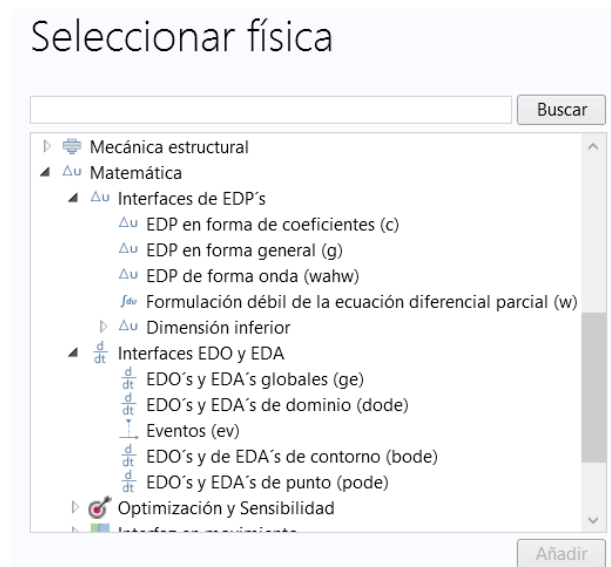


Figura 7.10: Diferentes módulos que Comsol Multiphysics ofrece dentro de la física de matemática.

Los diferentes módulos que componen la física de matemática, ofrecen una ecuación primitiva (ecuación tipo), la cual debe ser modificada por el usuario para adaptarla a la ecuación deseada.

En este Trabajo de Fin de Grado, para la implementación de las ecuaciones que modelan la formación del streamer, se ha seleccionado el módulo de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (EDP) en forma general (g), debido a que presenta una mayor simplicidad a la hora de implementar las ecuaciones que el módulo en forma de coeficientes (c). La principal diferencia entre ambos tipos de módulos, se encuentra en la ecuación primitiva.

La ecuación primitiva en el caso del módulo en forma general (g) es la siguiente:

$$e_a \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = f$$

En cambio, en el módulo en forma de coeficientes (c), la ecuación es de la siguiente forma:

$$e_a \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \cdot \nabla u - \alpha \cdot u + \gamma) + \beta \cdot \nabla u + a \cdot u = f$$

Como se puede observar, la ecuación del módulo en forma general (g) es más sencilla que en forma de coeficientes (c).

El siguiente paso es seleccionar el tipo de estudio. Es importante elegir un estudio temporal, puesto a que las ecuaciones diferenciales que modelan la formación del streamer varían en función del tiempo, por lo que sería erróneo seleccionar un estudio estacionario donde las derivadas en función del tiempo $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$ son nulas.

Una vez seleccionado los tipos de físicas, así como de estudio, el siguiente paso es implementar las ecuaciones necesarias para modelar la formación del streamer.

La implementación de estas ecuaciones en Comsol Multiphysics es muy compleja, debido a que Comsol es muy estricto con las unidades de dichas ecuaciones. Por este motivo, es aconsejable introducir la mayoría de los términos en una lista de variables, con el objetivo de evitar posibles errores en la implementación de las ecuaciones.

En la figura 7.11 se muestra la lista de variables empleada para la implementación de las ecuaciones que modelan la formación del streamer.

Variables			
Nombre	Expresión	Unidad	Descripción
n_0	$1 \cdot 10^{23} [\text{m}^{-3}]$	$1/\text{m}^3$	Densidad de especies ionizables
a	$3 \cdot 10^{-10} [\text{m}]$	m	Distancia de separación molecular
m_e	$9.1 \cdot 10^{-32} [\text{kg}]$	kg	Masa del electrón efectiva
e	$1.602 \cdot 10^{-19} [\text{C}]$	C	Carga eléctrica del electrón
delta	7.1[eV]	J	Potencial de ionización
R_pn	$1.645 \cdot 10^{-17} [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$	m^3/s	Coeficiente de recombinación ion-ion
R_pe	$1.645 \cdot 10^{-17} [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$	m^3/s	Coeficiente de recombinación ion-electrón
mu_p	$10^{-9} [\text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}]$	$\text{m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$	Movilidad de iones positivos
mu_n	$10^{-9} [\text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}]$	$\text{m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$	Movilidad de iones negativos
mu_e	$10^{-4} [\text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}]$	$\text{m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$	Movilidad de los electrones
tau_a	$200 \cdot 10^{-9} [\text{s}]$	s	Constante de tiempo de vida de un electrón libre
h_p	$6.63 \cdot 10^{-34} [\text{m}^2 \text{kg} \text{s}^{-1}]$	J·s	Constante de Planck
Je_r	$-\text{es.Er} \cdot \rho_e \cdot \mu_e$	A/m^2	Densidad de corriente electrón
Je_z	$-\text{es.Ez} \cdot \rho_e \cdot \mu_e$	A/m^2	Densidad de corriente electrón
Jn_r	$-\text{es.Er} \cdot \rho_n \cdot \mu_n$	A/m^2	Densidad de corriente ion negativo
Jn_z	$-\text{es.Ez} \cdot \rho_n \cdot \mu_n$	A/m^2	Densidad de corriente ion negativo
Jp_r	$\text{es.Er} \cdot \rho_p \cdot \mu_p$	A/m^2	Densidad de corriente iones positivos
Jp_z	$\text{es.Ez} \cdot \rho_p \cdot \mu_p$	A/m^2	Densidad de corriente iones positivos
E	es.normE	V/m	Módulo del campo eléctrico
alfa_i	$(e^2 \cdot n_0 \cdot a) / h_p$	S/m^2	Término de G_i
E_i	$(\pi^2 \cdot m_e \cdot a \cdot \delta^2) / (e \cdot h_p^2)$	V/m	Término de G_i
G_i	$\text{alfa}_i \cdot E \cdot \exp(-E_i/E)$	A/m^3	Tasa de densidad de carga de ionización de campo
f_e	$(\rho_p \cdot \rho_e \cdot R_{pe}) / e$	A/m^3	Término fuente de rho_e
f_p	$((\rho_p \cdot \rho_e \cdot R_{pe}) / e) + ((\rho_p \cdot \rho_n \cdot R_{pn}) / e)$	A/m^3	Término fuente de rho_p
f_n	$(\rho_p \cdot \rho_n \cdot R_{pn}) / e$	A/m^3	Término fuente de rho_n

Figura 7.11: Lista de variables empleada para la implementación de las ecuaciones que modelan la formación del streamer en Comsol Multiphysics.

Como se puede observar, se han definido tanto las constantes como los términos variables (por ejemplo, la densidad de corriente de los electrones, J_e , dependiente del campo eléctrico) que intervienen en las ecuaciones. De esta forma, se simplifica el proceso de implementación de las ecuaciones y se minimizan los posibles errores a cometer.

Una vez realizada la lista de variables, es necesario definir las unidades de la variable dependiente de la ecuación (en este estudio, será la densidad de carga), así como las unidades del término fuente. Comsol Multiphysics permite modificar el nombre de la variable dependiente.

En la figura 7.12 se pueden observar las unidades utilizadas en la variable dependiente y en el término fuente. Además, muestra cómo se modifica el nombre de la variable dependiente.

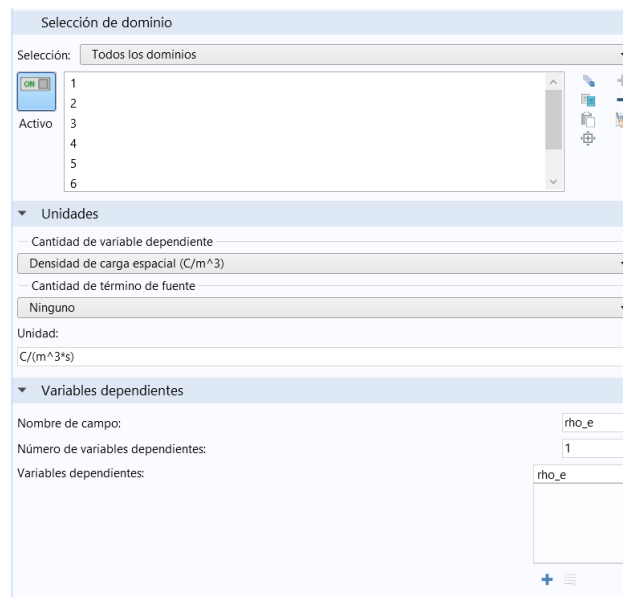


Figura 7.12: Definición de las unidades de los términos que intervienen en las ecuaciones y modificación del nombre de la variable dependiente en Comsol Multiphysics.

El siguiente paso es modificar cada uno de los parámetros que constituyen la ecuación primitiva, para adaptarla a la ecuación deseada. Esto se hace modificando los términos e_a , d_a , Γ y f .

En la figura 7.13 se pueden observar los parámetros que se han modificado para conseguir la ecuación deseada. En esta figura, se muestra la ecuación de continuidad de carga para electrones (ρ_e).

e_a \frac{\partial^2 \rho_e}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = f with $\nabla = [\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial z}]$. The 'Flujo conservativo' section shows Γ with components Γ_{e_r} and Γ_{e_z} and units A/m^2. The 'Término fuente' section shows f with the expression $-G_j - f_{e-rho_e/tau_a}$ and units A/m^3. The 'Coeficiente de masa o amortiguación' section shows d_a with the value 1 and units 1. The 'Coeficiente de masa' section shows e_a with the value 0 and units s." data-bbox="287 559 700 751"/>

Figura 7.13: Parámetros modificables de la ecuación primitiva en Comsol Multiphysics.

Donde los términos que aparecen en los diferentes parámetros modificables, han sido definidos anteriormente en la lista de variables.

Se debe realizar este mismo proceso para implementar el resto de ecuaciones necesarias para modelar la formación del streamer.

Una vez que se han implementado todas las ecuaciones necesarias en Comsol Multiphysics, el siguiente paso es definir una rampa de tensión para que el potencial aplicado entre los electrodos vaya incrementándose a medida que pasa el tiempo. Para implementar la rampa de tensión, Comsol Multiphysics tiene una función que permite implementarla de manera muy rápida. En la figura 7.14 se muestran los parámetros que se tienen que definir para la implementación de la rampa de tensión.

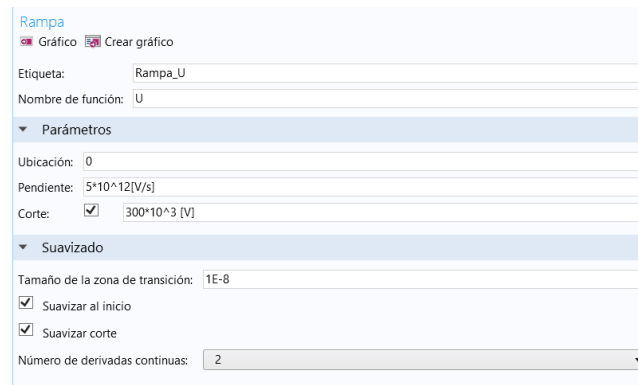


Figura 7.14: Parámetros a definir en la función rampa de Comsol Multiphysics.

Como se puede observar, se ha definido una pendiente de 5 kV/ns y un valor máximo de tensión de 300 kV . Además, se han redondeado los extremos de la rampa con el objetivo de evitar que puedan aparecer problemas en sus derivadas.

En la figura 7.15 se muestra la rampa de tensión empleada en este estudio.

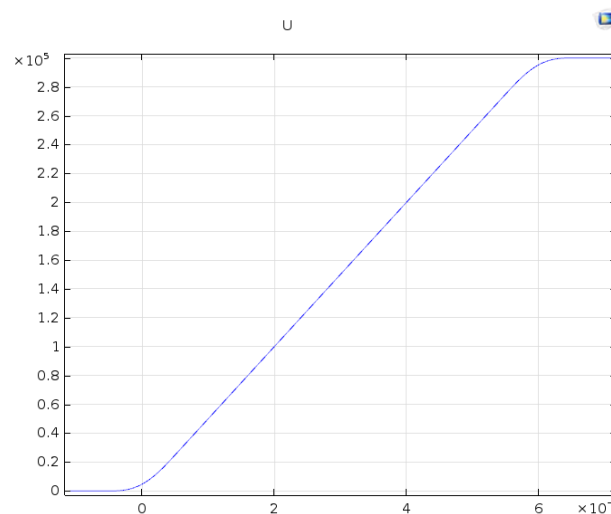
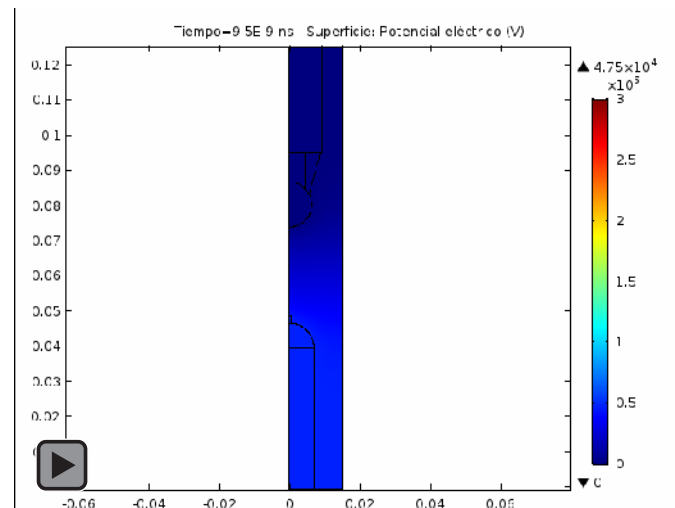


Figura 7.15: Representación de la rampa de tensión implementada en Comsol Multiphysics.

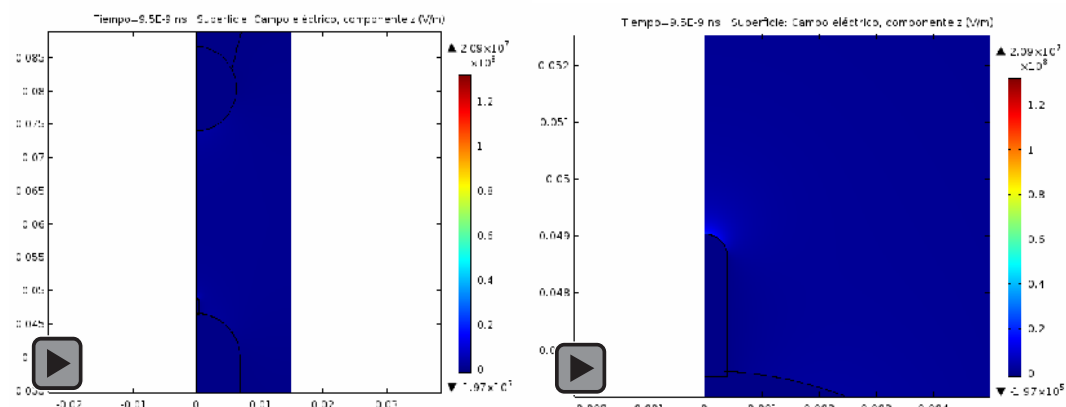
En la animación 7.1 se muestra la distribución del potencial eléctrico en toda la superficie del modelo en función del tiempo en ns .



Animación 7.1: Evolución del potencial eléctrico en función del tiempo, obtenida mediante Comsol Multiphysics.

Como se puede observar, al cabo del tiempo de simulación (67 ns), se alcanzan los 300 kV definidos en la rampa de tensión.

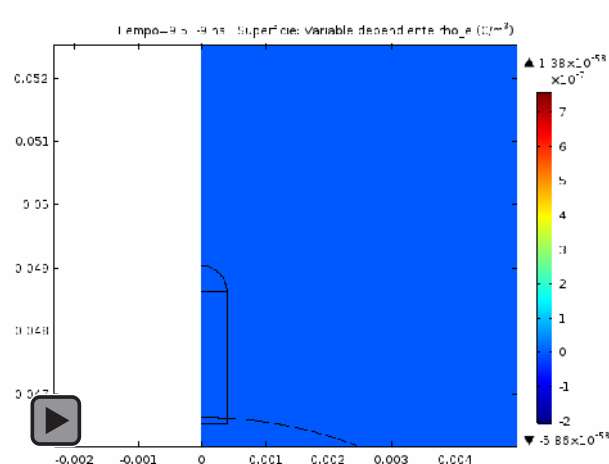
En la animación 7.2 se puede observar la distribución del campo eléctrico en toda la superficie del modelo en función del tiempo en ns.



Animación 7.2: Evolución del campo eléctrico en función del tiempo, obtenida mediante Comsol Multiphysics. Izq.: Distribución del campo eléctrico entre electrodos. Dcha.: Detalle de la distribución del campo eléctrico en el electrodo de aguja.

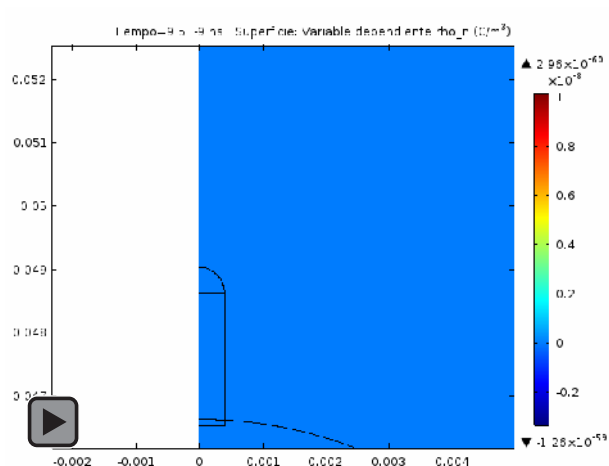
Se puede observar que aunque el radio de la aguja no es el mismo que el utilizado en el estudio estacionario ([apartado 7.1](#)), la distribución del campo eléctrico se mantiene análoga, siendo máxima en la zona del electrodo de aguja.

En la animación 7.3 se muestra la evolución de la densidad de carga de los electrones (ρ_e), obtenida mediante la solución de la ecuación de la continuidad de carga para los electrones.



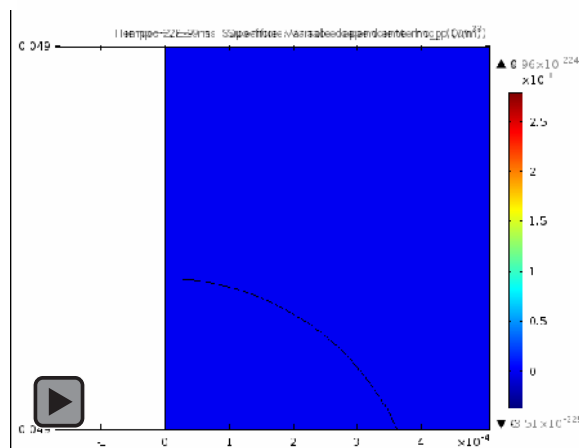
Animación 7.3: Evolución de la densidad de carga de los electrones en función del tiempo, obtenida mediante Comsol Multiphysics.

En la animación 7.4 se muestra la evolución de la densidad de carga de los iones negativos (ρ_-), obtenida mediante la solución de la ecuación de la continuidad de carga para los iones negativos.



Animación 7.4: Evolución de la densidad de carga de los iones negativos en función del tiempo, obtenida mediante Comsol Multiphysics.

En la animación 7.5 se muestra la evolución de la densidad de carga de los iones positivos (ρ_+), obtenida mediante la solución de la ecuación de la continuidad de carga para los iones positivos.



Animación 7.5: Evolución de la densidad de carga de los iones positivos en función del tiempo, obtenida mediante Comsol Multiphysics.

Como la formación del streamer se modela mediante la implementación de las ecuaciones de continuidad de carga para los iones positivos, iones negativos y electrones, la evolución del streamer vendrá determinada por la evolución de los tres portadores de carga modelados. Por lo que, las animaciones 7.3, 7.4 y 7.5 representan la formación del streamer.

Como se puede observar en dichas animaciones, los portadores de carga que intervienen significativamente en la formación del streamer son los electrones y los iones negativos, puesto a que al observar las animaciones correspondientes se puede ver que los portadores de carga se desplazan hacia el electrodo conectado a tierra. En cambio, la densidad de carga para los iones positivos solamente aparece en la superficie de la aguja.

7.3 Resultados obtenidos en 3D

Como se comentó anteriormente, el modelo se construyó en 2D y en 3D con el objetivo de mostrar más adelante una comparación de los resultados obtenidos mediante Comsol Multiphysics.

Los resultados obtenidos en 2D se mostraron en los apartados anteriores ([apartado 7.1](#) y [apartado 7.2](#)), por lo que a continuación se mostrarán los resultados obtenidos en 3D.

Para la obtención de la solución al problema en 3D se empleó un mallado adaptativo. Para la construcción de dicho mallado se utilizaron las conclusiones obtenidas del estudio del mallado realizado previamente.

Inicialmente, se mostrarán los resultados del estudio estacionario (análogo al realizado en el [apartado 7.1](#)) obtenidos en 3D.

En la figura 7.16 se muestra la distribución del potencial eléctrico obtenida excitando el electrodo de aguja a 100 V y el electrodo de esfera conectado a tierra.

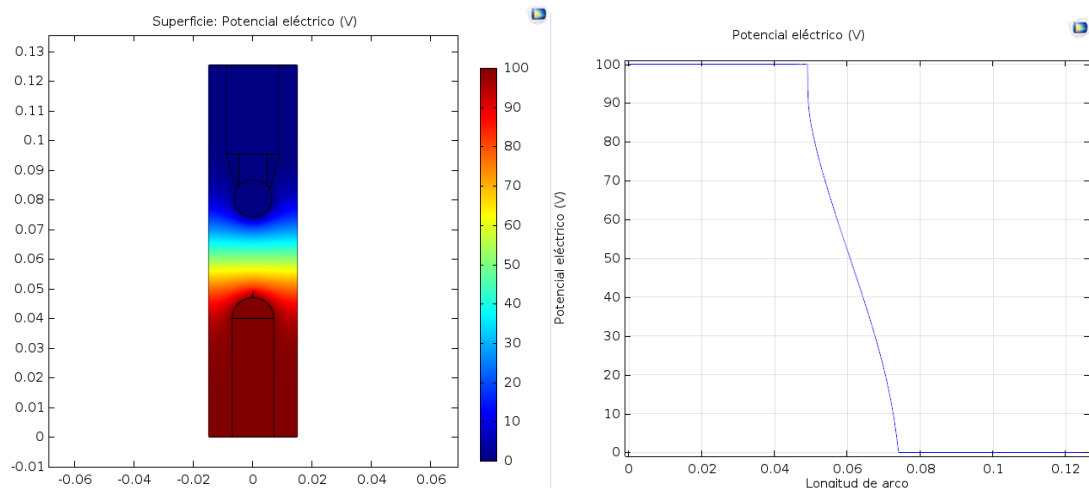


Figura 7.16: Distribución del potencial eléctrico obtenida mediante Comsol Multiphysics en 3D. Izq.: Representación superficial. Drcha.: Representación lineal.

Como se puede observar, el electrodo de aguja se encuentra a 100 V y el electrodo de esfera se encuentra conectado a tierra (0 V), tal y como se ha definido a la hora de excitar el sistema. Comparando estos resultados con los obtenidos en 2D, se puede observar que son semejantes.

En la figura 7.17 se muestran las curvas equipotenciales existentes en la zona entre los electrodos.

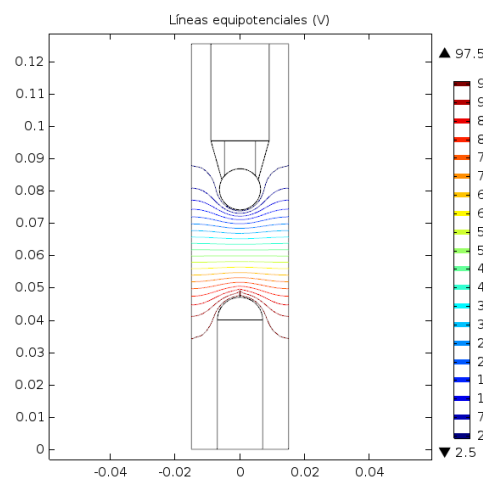


Figura 7.17: Representación superficial de las curvas equipotenciales, obtenida mediante Comsol Multiphysics.

Como se puede ver, la distribución de las curvas equipotenciales obtenidas en 3D, son iguales a las obtenidas en 2D (figura 7.4).

En la figura 7.18 se muestra la distribución del campo eléctrico obtenida mediante Comsol Multiphysics.

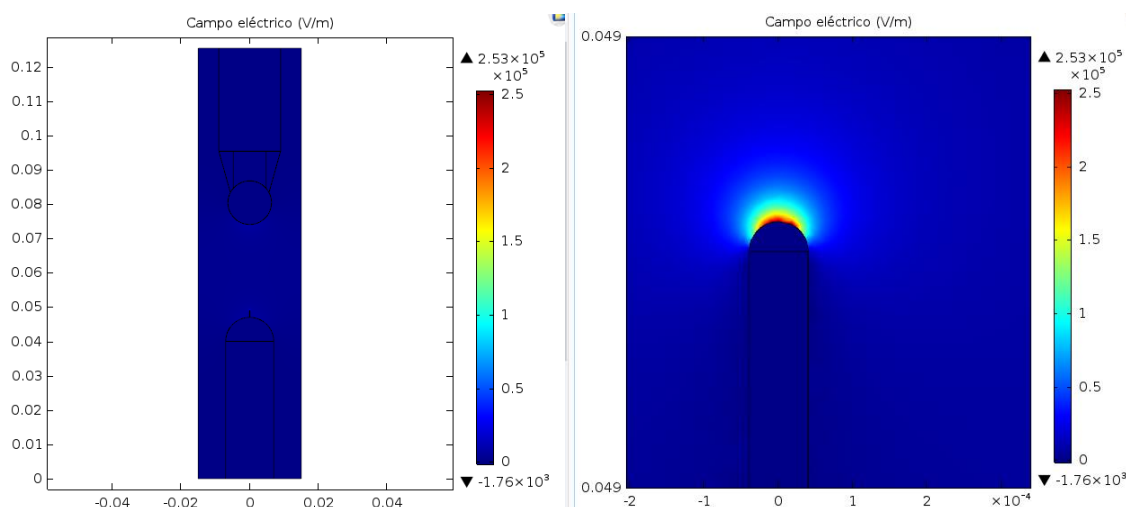


Figura 7.18: Distribución del campo eléctrico, obtenida mediante Comsol Multiphysics. Izq.: Representación del modelo completo. Dcha.: Detalle del electrodo de aguja.

Al comparar las anteriores distribuciones del campo eléctrico con las obtenidas en 2D, se puede apreciar un ligero error en el valor máximo del campo eléctrico. El valor máximo en 3D es de $2,53 \cdot 10^5 \text{ V/m}$, en cambio, en 2D es de $2,51 \cdot 10^5 \text{ (V/m)}$.

Es importante recalcar que para la obtención de los resultados en 3D se empleó más tiempo de ejecución, cosa que no era de extrañar debido a que el modelo en 3D posee un mayor número de elementos, lo cual se traduce en que Comsol Multiphysics tiene que calcular la solución para un mayor número de puntos en el espacio.

No se pudo obtener la solución al estudio temporal (realizado en el [apartado 7.2](#)) debido a una insuficiencia de memoria RAM. En este estudio, el ordenador debería ser capaz de obtener la solución para dos tipos de físicas relacionadas (multifísica), lo cual aumenta los requerimientos computacionales. Además, como se ha comentado anteriormente, el mallado en 3D requiere de más capacidad computacional, como consecuencia de que al tener una dimensión espacial más, el número de elementos en los que Comsol Multiphysics divide el modelo será mayor. Por lo que, por ambos motivos no se logró obtener la solución a este estudio.

8. Resumen, conclusiones y trabajos futuros

8.1 Resumen

En este Trabajo de Fin de Grado se ha estudiado la distribución del potencial eléctrico y del campo eléctrico en una geometría dada. Debido a la complejidad de la geometría en estudio en este TFG y a la escasez de información acerca de campos eléctricos en una geometría punta-esfera, para comprobar que los resultados obtenidos en este estudio son razonables, se realizaron una serie de estudios preliminares y con ello demostrar que la precisión de cálculo de la herramienta Comsol Multiphysics es lo suficientemente buena como para conseguir resultados satisfactorios.

El primer estudio preliminar consistió en obtener la distribución del campo eléctrico y del potencial eléctrico en una geometría de electrodos plano-plano. Los resultados obtenidos fueron comprobados analíticamente en el [apartado 5.1](#).

En el segundo estudio preliminar ([apartado 5.2](#)) se analizó el problema estudiado por Mohamed S. Abou-Seada en su artículo [23]. Para ello, se modeló la geometría propuesta por M. S. Abou-Seada y se obtuvo la representación de las curvas equipotenciales en dicha geometría. Estas curvas equipotenciales fueron comparadas con las obtenidas analíticamente por M. S. Abou-Seada. Cabe destacar que al principio del estudio se obtuvieron resultados que diferían en gran medida con los obtenidos por M. S. Abou-Seada, debido a que la relación entre el radio de la cuba y la separación entre el electrodo de aguja y el electrodo plano era muy pequeña. Una vez que se aumentó el radio de la cuba, los resultados obtenidos eran semejantes a los obtenidos por M. S. Abou-Seada.

En el último estudio preliminar ([apartado 5.3](#)) se obtuvo la distribución superficial del campo eléctrico y del potencial eléctrico, comparándolos con los obtenidos por A. Kara et al. en su artículo [22]. Se obtuvieron unos resultados que diferían un poco con respecto a los obtenidos por A. Kara et al. debido a un mallado insuficiente en zonas problemáticas, como pueden ser los chaflanes presentes en la geometría y la zona del electrodo de aguja.

Después de realizar los tres estudios preliminares, se llevó a cabo el estudio de la distribución del potencial y del campo eléctrico en la geometría en estudio.

Antes de realizar dicho estudio, se elaboró un análisis del mallado ([apartado 6.2](#)), con el fin de determinar las zonas del modelo en estudio que requieren de un mallado más fino. Como resultado de este análisis se obtuvo que las zonas cercanas al electrodo de aguja y al electrodo de esfera necesitan de un mallado muy fino, porque en caso contrario se incurriría en un error bastante apreciable. Por lo tanto, para llevar a cabo el estudio de este Trabajo de Fin de Grado es necesario construir un mallado adaptativo, de modo que sea más fino en las zonas del electrodo de aguja y de esfera, pero teniendo en cuenta que el mallado debe ser progresivo. Para garantizar la progresividad del mallado, se juega con la tasa de crecimiento máximo de elemento.

Una vez realizado el análisis del mallado, se realizó un estudio estacionario, es decir, se excitó el sistema a una tensión constante y se obtuvo la distribución del potencial eléctrico y del campo eléctrico a lo largo del eje z del modelo. La distribución del potencial eléctrico obtenida concuerda con las excitaciones definidas en los diferentes dominios del modelo. Se demostró analíticamente mediante un modelo simplificado esfera-esfera (en lugar del modelo real aguja-esfera) que la distribución del campo eléctrico es máxima en la zona próxima al electrodo de aguja, tal y como se obtuvo mediante la simulación en Comsol Multiphysics.

Posteriormente, se realizó un estudio temporal con el objetivo de analizar la evolución del campo eléctrico y del potencial eléctrico en función del tiempo. Para este estudio, se empleó un tiempo de simulación de 67 ns . Para poder evaluar el campo eléctrico y el potencial eléctrico en función del tiempo, es necesario definir la evolución de la excitación del sistema. Por este motivo, se definió una rampa de tensión, que alcanza su valor máximo al cabo de 60 ns .

Por último, se ha analizado la formación del streamer (precursor del arco eléctrico). Para este análisis es necesario implementar las ecuaciones diferenciales que rigen su comportamiento. Estas ecuaciones diferenciales son las ecuaciones de continuidad de carga para diferentes tipos de portadores de carga, electrones (ρ_e), iones negativos (ρ_-) e iones positivos (ρ_+). Estas ecuaciones diferenciales han sido descritas en el [apartado 6.3](#).

Comsol Multiphysics ofrece dos alternativas para la implementación de las ecuaciones diferenciales (en forma general o en forma de coeficientes), siendo más sencilla en forma general (g). La implementación de estas ecuaciones diferenciales en Comsol Multiphysics es compleja debido a que dicho programa es muy estricto con las unidades de cada uno de los términos que constituyen la ecuación. Este estudio se ha llevado a cabo en una geometría distinta a la utilizada anteriormente, como consecuencia, de la aparición de problemas en la ejecución del programa. Estos problemas eran derivados de una insuficiencia de mallado en la zona del electrodo de aguja. Para solucionar este problema hay dos alternativas, la primera es realizar un mallado más fino en la zona del electrodo de aguja (la cual se llevó a cabo sin resultados satisfactorios, puesto a que el ordenador no era capaz de ejecutar el programa por falta de capacidad computacional) y la segunda es modificar el tamaño del electrodo de aguja con el objetivo de necesitar así un menor número de elementos. La segunda alternativa fue la que se utilizó, obteniendo así resultados cercanos a los del modelo en estudio en este TFG. Los resultados obtenidos acerca de la formación del streamer no han podido ser comparados con los resultados obtenidos por Hwang et al. [13] debido a que ellos estudiaron la formación del streamer en un líquido dieléctrico con nano-partículas (aceite de transformador con nano-partículas) mientras que en este Trabajo de Fin de Grado se ha analizado la formación del streamer empleando como líquido dieléctrico entre los electrodos aceite de transformador sin nano-partículas.

8.2 Conclusiones

A la hora de construir el mallado en la geometría, es muy importante poder distinguir las zonas problemáticas (aquellas zonas que requieren de un mallado más fino) del resto de dominios. El objetivo de esta identificación es poder realizar un mallado adaptativo que permita reducir el número de elementos y con ello la capacidad computacional necesaria, pero sin verse afectada la precisión del resultado. Como conclusión al estudio del mallado, se obtuvo que cuanto más fino sea el mallado más exacta es la solución, cosa que era de esperar debido a que Comsol Multiphysics obtiene la solución del problema mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF), el cual determina la solución en todos los puntos del espacio por interpolación (típicamente interpolación lineal) de las soluciones en los nodos (puntos que unen varios elementos). Además, es

importante realizar un mallado correcto de las zonas problemáticas, no sólo para evitar resultados erróneos, sino también para evitar problemas durante la ejecución del programa. Estos problemas suelen ser notificados por Comsol Multiphysics indicando que aparece una singularidad. En este Trabajo de Fin de Grado apareció una singularidad al obtener la solución. Con el objetivo de delimitar las posibles causas de esa singularidad se realizaron varias pruebas. Tras aumentar el radio del electrodo de aguja, esta singularidad desapareció, por lo que se puede decir que esta singularidad se trataba de una necesidad de un mallado más fino en la zona del electrodo de aguja. La razón de no comprobarlo realizando un mallado más fino en la zona del electrodo de aguja es debido a la gran capacidad computacional que requiere.

Para poder reducir las necesidades de memoria RAM, se optimizó la relación Tamaño del mallado-Error. En esta optimización se aceptó un error del 5%. El tamaño del mallado obtenido fue 15 veces mayor al tamaño de referencia empleado en el estudio (tamaño del mallado a partir del cual por más que se refine el mallado la solución varía insignificamente). Por lo tanto, se puede realizar un mallado más grueso en el modelo y obtener así una solución con tan sólo un 5% de error.

La distribución del campo eléctrico obtenida en el [apartado 7.1](#) (estudio estacionario) es semejante a la obtenida por Hwang et al. en su artículo [13]. Únicamente se diferencian en el valor de la tensión de excitación del electrodo de aguja y, por lo tanto, en el valor del campo eléctrico. Hwang et al. obtuvieron la distribución del campo eléctrico excitando el electrodo de aguja a 300 kV. Para poder comparar ambas distribuciones del campo eléctrico, se volvió a calcular dicha distribución con la misma excitación que Hwang et al. En la figura 8.1 se muestra la comparación de ambas distribuciones del campo eléctrico.

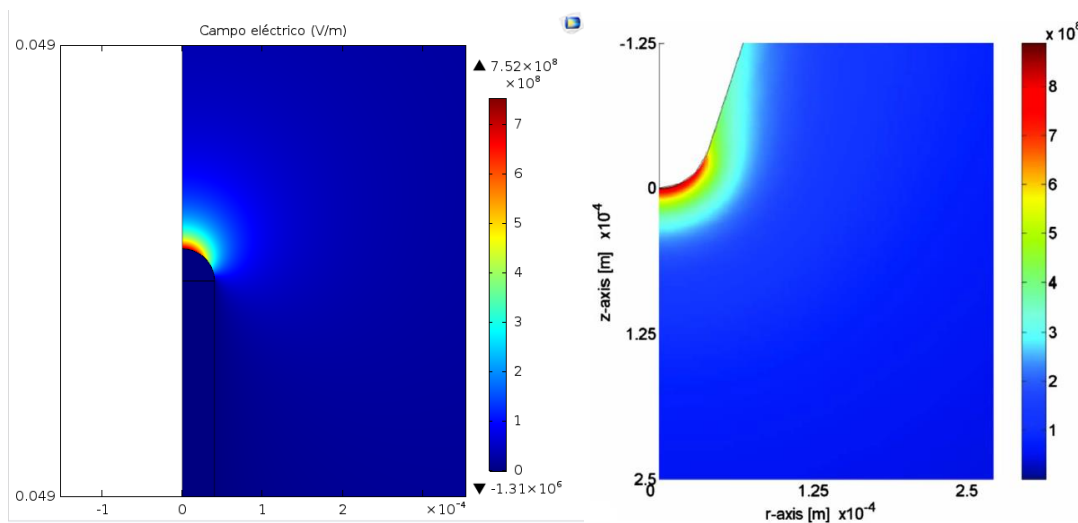


Figura 8.1: Distribución del campo eléctrico para una excitación de 300 kV. Izq.: Distribución obtenida mediante Comsol Multiphysics. Drcha.: Distribución obtenida por Hwang et al. [13].

Como se puede observar en la figura 8.1 el valor máximo del campo eléctrico alcanzado en la simulación del modelo en estudio en este Trabajo de Fin de Grado es de $7,52 \cdot 10^8$ (V/m). En cambio, el valor máximo del campo eléctrico obtenido por Hwang et al. es de unos $8,5 \cdot 10^8$. Esta diferencia se debe a las diferencias existentes entre ambas geometrías. Como se puede observar, en la geometría en estudio en este TFG, el electrodo de aguja está formado por un cilindro y una semiesfera. En cambio, el modelo empleado por Hwang et al. está formado por una semiesfera y un cuerpo cónico. Otra diferencia importante entre ambos estudios es que en este Trabajo de Fin de Grado se han modelado todos los dominios de la geometría de electrodos aguja-esfera, en cambio, Hwang et al. solamente modelaron el dominio donde se encuentra el líquido dieléctrico (aceite de transformador). A pesar de todo ello, la solución es bastante cercana al valor obtenido por Hwang et al.

Para simular la formación del streamer hubo que introducir las ecuaciones diferenciales que rigen el crecimiento de portadores de carga en el tiempo. La introducción de las ecuaciones diferenciales fue una tarea compleja, debido a que Comsol Multiphysics ofrece una ecuación tipo y el usuario debe casar las ecuaciones a implementar con esa ecuación tipo modificando términos. Además, Comsol Multiphysics es muy estricto con las unidades de cada uno de los términos, por lo que el usuario tiene que introducir las ecuaciones diferenciales con sumo cuidado.

Los resultados obtenidos de la formación del streamer indican que la formación del mismo en una geometría de electrodos punta-esfera viene fundamentalmente definida por el comportamiento de los electrones y de

los iones negativos. Como se ha visto anteriormente, los iones positivos intervienen relativamente poco en el avance del streamer hacia el electrodo de esfera (electrodo conectado a tierra). Esto es debido a su baja movilidad con respecto a los electrones.

Con objeto de que este Trabajo de Fin de Grado pueda servir de apoyo a futuros trabajos que utilicen Comsol Multiphysics, se establecen los siguientes consejos:

- No se recomienda la interacción AutoCad-Comsol, debido a que pueden aparecer problemas en la importación de la geometría. Además, Comsol Multiphysics permite implementar el modelo de manera sencilla.
- Si se va a construir una geometría compleja, se recomienda elaborar la lista de parámetros que definen dicha geometría, como pueden ser la altura, el radio, etc.
- Siempre que sea posible, es preferible realizar el estudio en 2D axisimétrico en lugar de un estudio 3D, debido a la gran simplificación que se consigue con este tipo de dimensión.
- En caso de realizar un estudio en 3D, se recomienda construir el modelo empleando un plano de trabajo y posteriormente, por revolución, obtener el modelo en 3D. En cambio, si se va a construir un modelo en 2D axisimétrico, se puede realizar de manera directa.
- Es importante tener en cuenta el sentido positivo de los vectores unitarios que Comsol Multiphysics ofrece, en caso de no tenerse en cuenta se pueden obtener resultados negativos de magnitudes que deberían ser positivas.
- Conviene realizar un análisis del mallado enfocado al estudio a realizar, con el objetivo de determinar las zonas que requieren un mallado más fino. Esta pauta es muy importante porque permitirá reducir de manera drástica la capacidad computacional necesaria para obtener la solución al problema.
- Es importante que a la hora de construir el mallado en el modelo en estudio, se garantice una cierta relación entre las zonas refinadas y las zonas cuyo mallado es más grueso. Esto se puede llevar a cabo mediante la tasa de crecimiento máximo de elemento.
- En caso de introducir en el estudio ecuaciones diferenciales mediante el módulo de la física de matemática de Comsol Multiphysics, se recomienda emplear las ecuaciones diferenciales

parciales (EDP) en forma general (g), debido a que son más sencillas de implementar que en forma de coeficientes (c).

- Para la implementación de las ecuaciones diferenciales, resulta muy útil elaborar una lista de variables, dónde se definan los diferentes términos que intervienen en las mismas.

8.3 Sugerencias para trabajos futuros

La principal propuesta para trabajos futuros, sería llevar a cabo un estudio acerca de la formación del streamer en un líquido dieléctrico con nano-partículas. Para realizar dicho estudio, sería necesario modelar el comportamiento de las nano-partículas en el líquido dieléctrico (aceite de transformador). Por lo que en este caso la formación del streamer quedaría definida por cuatro ecuaciones de continuidad de carga, una para los iones positivos (ρ_+), otra para los iones negativos (ρ_-), otra para los electrones (ρ_e) y una última para las nano-partículas (ρ_{np}).

Además, sería conveniente modelar el movimiento de dichas partículas en el líquido dieléctrico, puesto a que en la realidad las nano-partículas se encuentran en suspensión en el líquido, es decir, se mueven libremente en él. Para ello haría falta adquirir un nuevo módulo de Comsol Multiphysics llamado transporte de especies químicas.

Otra posible propuesta para llevar a cabo en el futuro, sería realizar un estudio acerca de la rigidez dieléctrica (valor del campo eléctrico en el cual se produce el arco eléctrico) en diferentes tipos de aceites dieléctricos. Para poder realizar este estudio, sería necesario definir los parámetros característicos de los diferentes tipos de aceites dieléctricos en Comsol Multiphysics (como la permitividad, la viscosidad, la densidad y otros parámetros que puedan influir en dicho estudio). Es sabido que la formación del arco eléctrico es un fenómeno con un carácter estadístico, puesto que la tensión de ruptura no es siempre la misma debido a que el aceite dieléctrico empleado como aislante entre los electrodos posee impurezas y a partir de esas impurezas existe una mayor probabilidad de que se forme el arco eléctrico. Por este motivo, sería importante modelar las partículas de impureza presentes en el líquido dieléctrico empleado, con el objetivo de obtener resultados bastantes cercanos a la realidad. Para obtener la tensión a la que se produce la ruptura (rigidez dieléctrica) sería necesario realizar una interacción Comsol-MATLAB, para realizar una programación que determine dicha tensión.

Por último, una propuesta muy interesante sería realizar un modelo en 3D de la celda tipo rayo (Norma ASTM D 3300 [24]) y determinar la rigidez dieléctrica para un líquido dieléctrico determinado. Una vez obtenidos los resultados en el modelo implementado en Comsol Multiphysics, se compararían con los resultados obtenidos de manera experimental por el Departamento de Ingeniería Eléctrica en la Universidad Carlos III de Madrid. De manera análoga a la propuesta anterior, sería necesario modelar las partículas de impureza que están presentes en el líquido dieléctrico en estudio, con el objetivo de que los resultados obtenidos a partir de la simulación en Comsol Multiphysics sean próximos a los obtenidos de manera experimental.

9. Presupuesto

El estudio llevado a cabo en este Trabajo de Fin de Grado puede ser de gran interés para empresas que quieran investigar en el desarrollo de líquidos dieléctricos que frenen la formación del streamer y conseguir así reducir la probabilidad de la aparición de un arco eléctrico. Por este motivo, es importante realizar un balance económico del proyecto llevado a cabo.

En la universidad Carlos III de Madrid, un Trabajo de Fin de Grado está considerado como 12 créditos sobre los 240 créditos que constituyen un grado. Un crédito equivale a 25 horas por cuatrimestre invertidas por el alumno. Por lo tanto, para conseguir los 12 créditos correspondientes a la realización del Trabajo de Fin de Grado el alumno deberá invertir las siguientes horas:

$$Horas_{TFG} = 12 \text{ créditos} \cdot \frac{25 \text{ horas}}{1 \text{ crédito}} = 300 \text{ horas}$$

Sin embargo, para la realización de este Trabajo de Fin de Grado se han empleado más horas, debido a los numerosos problemas que se han tenido que superar para alcanzar los resultados deseados. La complejidad del tema en estudio ha provocado que el número de horas invertidas en el Trabajo de Fin de Grado hayan aumentado. Se estima que el número de horas invertidas son de unas 375 horas.

El salario que un alumno percibe en prácticas en España está en torno a los 6,5 €/hora, por lo que multiplicando el número de horas trabajadas en este Trabajo de Fin de Grado por dicho salario, se obtiene el coste de la mano de obra.

$$C_{Alumno} = 6,5 \frac{\text{€}}{\text{Hora}} \cdot 375 \text{ Horas} = 2437,5 \text{ €}$$

A parte del salario del alumno en prácticas, es importante añadir el salario del supervisor de dicho alumno. El salario de un supervisor en España está en torno a los 35€/hora, y el número de horas trabajadas por el supervisor es de 2 horas/semana. El supervisor ha trabajado cada una de las semanas del cuatrimestre, por lo que el número de semanas es:

$$N^{\circ}_{Semanas} = 4 \text{ meses} \cdot 4 \frac{\text{semanas}}{\text{mes}} = 16 \text{ semanas}$$

Por lo tanto, el coste del supervisor viene determinado por la siguiente expresión:

$$C_{Supervisor} = 35 \frac{\text{€}}{\text{Hora}} \cdot 2 \frac{\text{horas}}{\text{semana}} \cdot 16 \text{ semanas} = 1120 \text{ €}$$

Para la realización de este Trabajo de Fin de Grado se han empleado diferentes softwares informáticos. Los softwares empelados en este Trabajo de Fin de grado, así como sus costes de adquisición vienen reflejados en la tabla 9.1.

Software	Coste de adquisición
Comsol Multiphysics 5.2	2.590,00 (€/año)
Paquete office 2016	135,00 (€/año)
AutoCad 2017	1960,20 (€/año)

Tabla 9.1: Coste de adquisición de los programas informáticos necesarios para el desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado.

El coste de Comsol Multiphysics está constituido por el coste de la licencia más el coste del módulo AC/DC (módulo de electrostática). Por lo que viene determinado por la siguiente expresión:

$$C_{Comsol \text{ Multiphysics}} = C_{Licencia} + C_{AC/DC} = 1.695,00 + 895,00 = 2.590,00 \text{ €/año}$$

Sin embargo, como se aprecia en la tabla anterior, los costes de los programas informáticos son anuales y en este Trabajo de Fin de Grado se han utilizado solamente durante un cuatrimestre (4 meses). Por lo tanto, se toma como coste de los programas informáticos el equivalente a esos 4 meses. En la tabla 9.2 se muestran los costes de adquisición de los programas informáticos equivalentes a ese período.

Software	Coste de adquisición
Comsol Multiphysics 5.2	$2.590,00 \cdot 4/12 = 863,33 \text{ €}$
Paquete office 2016	$135,00 \cdot 4/12 = 45 \text{ €}$
AutoCad 2017	$1960,20 \cdot 4/12 = 653,4 \text{ €}$

Tabla 9.2: Coste de adquisición de los programas informáticos necesarios, equivalente al período de trabajo.

El coste del hardware empleado para la realización de este Trabajo de Fin de Grado es de 1.500 €. El ordenador empleado se trata de un ordenador con una alta capacidad computacional (RAM) y con una buena tarjeta gráfica, debido a que este tipo de estudio lo requiere. Se estima que la vida útil del ordenador es de unos 4 años, por lo que el coste de adquisición equivalente al período de trabajo será el siguiente:

$$C_{ordenador} = 1.500,00 \frac{\text{€}}{4 \text{ años}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{12 \text{ meses}} \cdot 4 \text{ meses} = 125 \text{ €}$$

Por lo tanto, el presupuesto de este Trabajo de Fin de Grado es el siguiente:

Presupuesto del Trabajo de Fin de Grado		
Concepto	Tipo	Coste de adquisición
Paquetes informáticos y consumibles	Comsol Multiphysics 5.2	863,33 €
	Paquete office 2016	45 €
	AutoCad 2017	653,4 €
Ordenador		125 €
Mano de obra	Alumno	2.437,5 €
	Supervisor	1.120 €
	Coste total	5.244,23 €

Tabla 9.3: Coste total del Trabajo de Fin de Grado.

10. Fuentes bibliográficas

- [1] Juan Carlos Burgos Díaz, “Repaso de conceptos básicos de electricidad y magnetismo”, Circuitos magnéticos y transformadores.
- [2] Enrique Ras, “Transformadores de potencia, de medida y de protección”, Boixareu Editores, edición 4ª, pp. 266-268.
- [3] UNE-EN 61125 “Fluidos para aplicaciones electrotécnicas, líquidos aislantes nuevos a base de hidrocarburos, métodos de ensayo para evaluar la estabilidad a la oxidación”, 1996.
- [4] UNE-EN 61125/A1 “Fluidos para aplicaciones electrotécnicas, líquidos aislantes nuevos a base de hidrocarburos, métodos de ensayo para evaluar la estabilidad a la oxidación”, 2004.
- [5] UNE-EN 60156 “Líquidos aislantes, determinación de la tensión de ruptura dieléctrica a frecuencia industrial, método de ensayo”, 1997.
- [6] UNE-EN 60422 “Aceites minerales aislantes en equipos eléctricos, líneas directrices para su supervisión y mantenimiento”, 2007.
- [7] UNE-EN 60296 “Fluidos para aplicaciones electrotécnicas, aceites minerales aislantes nuevos para transformadores y aparata de conexión”, 2012.
- [8] Francis M. O’Sullivan, “A Model for the Initiation and Propagation of Electrical Streamers in Transformer Oil and Transformer Oil Based Nanofluids”, 2007 Massachusetts institute of technology.
- [9] Víctor A. Primo, Belén García y Juan Carlos Burgos, “Applicability of Nanodielectric Fluids to the Improvement of Transformer Insulation Properties”, IEEE.
- [10] Y. Zhou, C. R. Li, Q. Wang, and B. Qi, “Recent Progress in Nanofluids Based on Transformer Oil: Preparation and Electrical Insulation Properties”, 2014 IEEE.
- [11] Pichai Muangpratoom and Norasage Pattanadech, “Dielectric Breakdown Strength of Mineral Oil Based Nanofluids”, 2016 2016 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis - Xi'an – China.
- [12] Y. F. Du, Y. Z. Lv, C. R. Li, M. T. Chen, J. Q. Zhou, X. X. Li, Y. Zhou, and Y. X. Zhong, “Effect of electron shallow trap on breakdown performance of transformer oil-based nanofluids”, J. Appl. Phys., vol. 110, no. 10, art. no. 104104, 2011.

- [13] J. G. Hwang, M. Zahn, F. M. O'Sullivan, L. A. A. Pettersson, O. Hjortstam, and R. Liu, "Effects of nanoparticle charging on streamer development in transformer oil-based nanofluids," *J. Appl. Phys.*, vol. 107, no. 1, art. no. 014310, 2010.
- [14] Y. F. Du, Y. Z. Lv, F. C. Wang, X. X. Liu, and C. R. Li "Effect of TiO₂ nanoparticles on the breakdown strength of transformer oil," in *Conf. Rec. 2010 IEEE Int. Symp. Electrical Insulation (ISEI)*, pp. 1–3.
- [15] Y. X. Zhou, Y. S. Wang, J. H. Tian, Y. Sha, X. Jiang, S. Gao, Q. Sun, and Q. Nie, "Breakdown characteristics in transformer oil modified by nanoparticles," *High Volt. Eng.*, vol. 36, no. 5, pp. 1155–1159, 2010.
- [16] Singer, H., Steinbigler, H. y Weiss, P. "A Charge Simulation Method for the Calculation of High Voltage Fields", *IEEE Trans on PAS*, Vol. 93, pp. 1660-1668, 1974.
- [17] Malik, N. H. "A Review of the Charge Simulation Method and its Applications", *IEEE Transactions on Electrical Insulation*. Vol. 24, No. 1, pp. 3-20. 1989.
- [18] Krstajic, B., Andjelic, Z., Milojkovic, S. "An Improvement in 3D Electrostatic Field Calculation", *Fifth International Symposium on High Voltage Engineering (ISH)*, Braunschweig Ref. 31.02, 1987.
- [19] Andjelic, Z., Krstajic B., Milojkovic, S.: "Integral Methods for the Calculation of Electric Fields for Application in High Voltage Engineering". *Forschungszentrum Jülich GmbH. Scientific Series of the International Bureau. KFA, Jülich* 1992.
- [20] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor (1994) "El Método de los Elementos Finitos, Vol. 1 y 2", *CIMNE-Mc Graw Hill*, 1994.
- [21] Webinario: Introducción a COMSOL Multiphysics.
- [22] A. Kara, Ö. Kalenderli, K. Mardikyan, "Effect of dielectric barriers to the electric field of rod-plane air gap", *Istanbul Technical University, Electrical and Electronics Engineering Faculty, Istanbul, Turkey*.
- [23] Mohamed S. Abou-Seada, member, IEEE, and E. Nasser, senior member, IEEE, "Digital Computer Calculation of the Electric Potential and Field of a Rod Gap".
- [24] ASTM Std. D3300 "Standard Test Method for Dielectric Breakdown Voltage of Insulating Oils of Petroleum Origin Under Impulse Conditions".